

# **LA LINEALIZACIÓN DE CURVAS PARA LA PROYECCIÓN DE LA DEMANDA**

**Rafael Terrazas Pastor**

*Doctor en Administración de Empresas*

*Master en Ciencias Aplicadas*

*Diplomado en Educación Superior*

*Ingeniero Industrial*

*Docente de la Universidad Católica Boliviana*

## **RESUMEN**

*El propósito de este trabajo, es la obtención de resultados para la proyección de la demanda u oferta considerando curvas que no se comportan de manera lineal pero que puedan ser linealizadas. Un buen número de grupos de datos en la vida real siguen trayectorias parabólicas, exponenciales, geométricas, etc.; haciéndose necesaria su aproximación a tendencias lineales, ayudándose con la teoría de la regresión lineal y de los mínimos cuadrados. Este artículo, trata de explicar la metodología de análisis y cálculo que se apropia a estos casos, clarificando esta situación con algunos ejemplos pertinentes para demostrar su aplicabilidad y utilidad en numerosos estudios de mercado donde se hace necesaria las proyecciones de demanda y oferta.*

**Palabras clave:** *Mercado, Consumo Aparente, Oferta, Demanda Regresión, correlación, mínimos cuadrados, Gompertz, Linealización .*

## **1. Marco Teórico**

### **1.1. Metodología de Análisis para el Estudio del Mercado**

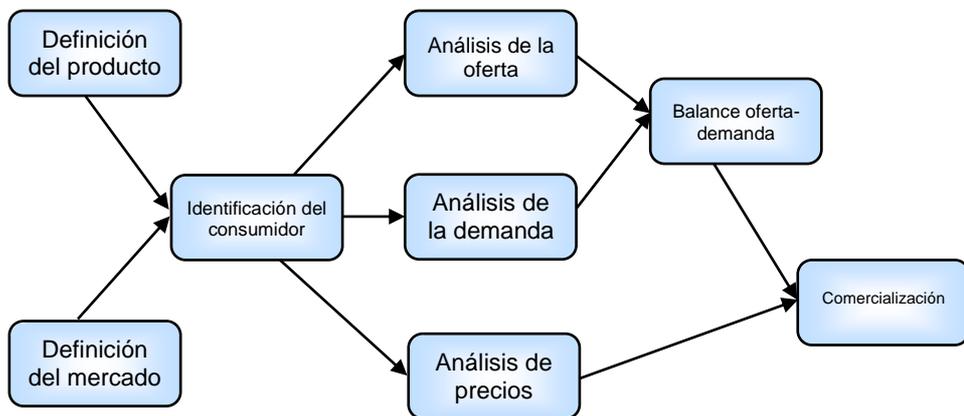
El estudio de mercado es una de las partes más importantes que se deben analizar en diversas actividades como la preparación de proyectos, el análisis económico de una situación, la programación de la producción, etc.

Este análisis se constituye en un punto crucial y decisivo porque gracias a la buena determinación de la demanda y oferta, se podrá hacer una buena cuantificación de la demanda efectiva y de la demanda insatisfecha, aspectos que incidirán de manera clara en la determinación del tamaño real

al que nos enfrentamos en el análisis que estamos haciendo. Una mala determinación y cuantificación del mercado incidirá en un aumento del riesgo y por ende modificará de manera clara la decisión que se vaya a tomar al respecto.

Una buena planificación y metodología del análisis de mercado, conlleva el desarrollo de actividades lógicamente conectadas y que se pueden representar en el siguiente diagrama de red, que se muestra en la figura 1.

**Figura 1. Metodología del estudio del mercado**



*Fuente: TERRAZAS, Rafael; Preparación y Evaluación de Proyectos: un enfoque sistémico e integral; Ed. ETREUS, Cochabamba, 2006*

A continuación se explicarán, de manera general, estas actividades:

- **La definición del producto**, que consiste en clasificar al bien o servicio de acuerdo a una categoría determinada. Se trata de ver las especificaciones y normas que rigen al producto y su clasificación económica, es decir, ver si se trata de un bien duradero o no duradero, un bien de consumo, un bien de consumo intermedio, etc.

Esta clasificación podría ser:

- a) Por su vida de almacenamiento los bienes se clasifican en:
  - Duraderos o no perecibles (aparatos, herramientas, muebles)

- No duraderos o perecibles (alimentos frescos, envasados)

b) Los productos de consumo pueden ser:

- Intermedios (bienes industriales)
- De consumo final

Ambos pueden clasificarse en:

- Bienes de conveniencia (básicos y por impulso)
- Bienes por comparación (homogéneos, heterogéneos), donde interesa más el estilo y la presentación que el precio.
- Bienes por especialidad (servicios médicos, servicios eléctricos)
- Bienes no deseados (cementerios, abogados, hospitales)

- **La definición del mercado**, que consiste en conceptualizar la estructura y comportamiento del mercado asociado con el bien o servicio. Se trata de ver si es de tipo monopolio, duopolio, oligopolio, monopsonio, competencia perfecta, etc.

- a) **Monopolio**: Forma de mercado en que la oferta se encuentra concentrada en manos de un único oferente, mientras que la demanda proviene de una multitud.
- b) **Oligopolio**: Situación de mercado en la que pocos vendedores satisfacen la demanda de multitud de compradores.
- c) **Monopsonio**: Situación de mercado que se caracteriza en la presencia de un solo comprador y una pluralidad de oferentes.
- d) **Oligopsonio**: Mercado caracterizado por la presencia de un pequeño número de compradores frente a numerosos vendedores.

El siguiente cuadro (Cuadro 1.), resume lo definido en los puntos anteriores y relaciona los tipos de mercado con los sujetos que son los compradores y vendedores.

*Cuadro 1. Tipos de mercado*

<i>Tipo mercado / sujetos</i>	<i>Vendedores [Oferta]</i>	<i>Compradores [Demanda]</i>
<i>Monopolio</i>	Único	Muchos
<i>Oligopolio</i>	Pocos	Muchos
<i>Monopsonio</i>	Muchos	Único
<i>Oligopsonio</i>	Muchos	Pocos

*Fuente: TERRAZAS, Rafael; Preparación y Evaluación de Proyectos: un enfoque sistémico e integral; Ed. ETREUS, Cochabamba, 2006*

- Una vez caracterizado el producto y el mercado, es importante especificar e **identificar al consumidor** como potencial comprador del bien o servicio que producirá el proyecto. Ver cual es el segmento de mercado que se atacará y cual es inclusive la psicología que rodea a los potenciales consumidores.
- *El análisis de la demanda*, se preocupa del análisis y estudio de los requerimientos potenciales que tiene el mercado en relación con el producto que se ofrece. Se estudian y aplican métodos cuantitativos y cualitativos que permitirán estimar la demanda futura del producto.
- *El análisis de la oferta*, que sobre la base de un estudio explica y describe a los ofertantes existentes del producto o servicio y sus proyecciones futuras.
- *El balance oferta demanda*, que sobre la base de los análisis hechos de la oferta y de la demanda, establece una demanda potencial insatisfecha probable que ayudará a estimar la escala y/o tamaño del proyecto.

- ***El análisis de precios***, se ocupa de estimar el precio del proyecto, ya sea siguiendo las leyes del mercado o sobre la base del cálculo de los costos de producción. Muchas veces, el precio se define sobre la base de una política específica a ser adoptada por el proyecto según diversas razones, como por ejemplo siguiendo una política de comercialización y de “marketing”.
- ***El análisis de comercialización y distribución***, define una política de llegada al cliente en las mejores condiciones para el proyecto. Se definen los canales de comercialización y las formas de distribución adecuadas para el producto o servicio desarrollado por el proyecto.

## **1.2. Conceptos referentes al Estudio del Mercado**

En este acápite se desarrollan algunos conceptos generales que deben ser abordados y tomados en cuenta para proceder a un buen análisis y estudio del mercado:

- ***Demanda***: La cantidad de un bien o servicio que los consumidores están dispuestos a comprar a un precio y calidad, en un periodo determinado.
- ***Oferta***: La cantidad de un bien o servicio que los sujetos económicos están dispuestos a vender a un precio, dentro del mercado y en un tiempo determinado.
- ***Precio***: Es el valor atribuido a un bien o servicio dentro de un mercado y que está expresado en forma de dinero.
- ***Ingreso***: Cantidad de dinero que se percibe regularmente por cualquier concepto.
- ***Consumo aparente***: El consumo aparente es un concepto muy utilizado en los análisis de mercado ya que puede ser considerado como la mejor aproximación de la demanda ocurrida en el pasado. Es el consumo efectivo histórico. El consumo aparente se define de la siguiente manera:

$$C_{AP} = P + I - X + \Delta S$$

donde:

- $C_{AP}$  = Consumo aparente
- $P$  = Producción nacional
- $I$  = Importaciones lícitas e ilícitas
- $X$  = Exportaciones lícitas e ilícitas
- $\Delta S$  = Variación de inventarios en una gestión

La siguiente ecuación muestra, por ejemplo, que si todo lo que se produce se consume en una gestión, la variación de inventarios será cero y la ecuación quedará reducida a la siguiente expresión:

$$C_{AP} = P + Y - X$$

Si además se supone que no hay exportaciones del producto, se tendrá la ecuación de la forma:

$$C_{AP} = P + Y$$

Finalmente, bajo la suposición de que adicionalmente no hay importaciones, el consumo aparente será igual a la producción histórica del bien y/o servicio:

$$C_{AP} = P$$

- ***Demanda aparente:*** Es la demanda potencial que debe ser atribuido a un bien o servicio. La fórmula para su cálculo es:

$$D_{AP} = C_{PC} * N$$

donde:

- $D_{AP}$  = Demanda aparente
- $C_{PC}$  = Consumo per cápita
- $N$  = Población

- **Demanda insatisfecha:** Es la diferencia que se expresa entre la demanda aparente y el consumo aparente. Puede expresarse también como la diferencia entre la demanda y la oferta. Entonces:

$$D_I = D_{AP} - C_{AP}$$

donde:

$D_{AP}$  = Demanda aparente

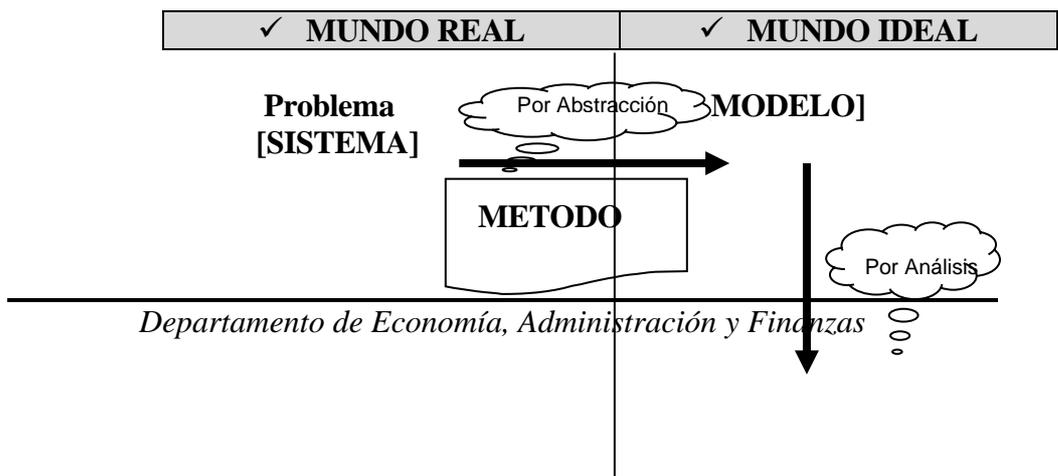
$D_I$  = Demanda insatisfecha

### 1.3. Metodología y Aplicación de Modelos en los Análisis de Mercado

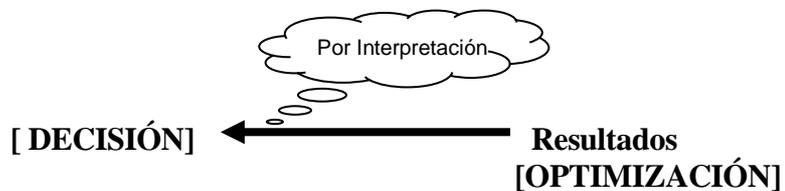
Para realizar el estudio del mercado y para que la información sea usada de manera eficiente y efectiva; se utilizan modelos de tipo matemático que permitan realizar la proyección de datos históricos y de esa manera estimar la demanda y oferta futura. En este caso se hará un análisis de todo lo que significa el modelo lineal a una sola variable independiente, prescindiendo del análisis de regresión múltiple.

Un modelo se considera como una abstracción de la realidad o como una representación cuantitativa y/o cualitativa del problema enfocado como sistema en el mundo real. El modelo debe ser encarado para dar soluciones diversas en procura de retornar al mundo real y dar la interpretación y solución al problema planteado. Este proceso de análisis debe ser apoyado por el método científico en sus cuatro etapas genéricas: observación del sistema, formulación de la hipótesis o del modelo, predicción de la solución y la verificación o prueba que está asociada a la interpretación. Esta metodología se plantea en la figura 2.

**Figura 2. Metodología de Aplicación de Modelos Matemáticos**



## CIENTIFICO



*Fuente: TERRAZAS, Rafael; Modelos Lineales de Optimización; Ed. ETREUS; 3ª edición, Cochabamba, 2006*

La lógica de comportamiento de los modelos pasa por la explicación del gráfico precedente. En el mundo real se identifican problemas, en este caso se trata de analizar datos que puedan ser proyectados a futuro; esta problemática debe ser visualizada y contextualizada bajo la forma de *sistema integrado* con sus partes y sus componentes.

Para estudiar esta situación pasamos al mundo ideal, donde apropiamos una o varias hipótesis que corresponden en este caso a *modelos o leyes matemáticas* que expliquen o pretendan explicar el comportamiento de los datos en análisis.

Una vez planteados estos modelos es necesario manipularlos y darles una solución determinada, utilizando procedimientos analíticos, numéricos, teoría de ensayo y error, aproximaciones, etc. intentando siempre obtener *resultados lo más óptimos* posibles dentro del mundo ideal.

El tratamiento de modelos debe tener un culmine y una finalización que consiste en un apoyo a la *toma de decisiones* en el mundo real; esta es la fase y etapa importante que convierte al modelo en una entidad útil para los analistas y que en este caso debe trasuntarse en una decisión de proyección del mejor modelo encontrado y que sirva para proyectar la demanda u oferta en estudio.

Algo que debemos referenciar nuevamente es que, no podríamos analizar todo este ciclo de trayectoria de mundo real - mundo ideal - mundo real, sino nos apoyáramos en el método científico que es el aporte metódico deductivo e inductivo que permite dar la base metodológica y científica que va desde la observación hasta la validación del procedimiento o modelo. Recordemos que el método científico genéricamente pasa por cuatro etapas fundamentales: *Observación (Problema)*, *Hipótesis (Modelo)*, *Predicción (Resultados)* y *Validez (Decisión)*.

## 1.4. Modelos Para la Proyección de la Oferta y Demanda

### 1.4.1. Modelos de Tasas

Una de las técnicas más comunes a ser usadas en el análisis de datos y su proyección se basa en los métodos de tasas; estos métodos están expresados por los criterio de interés simple e interés compuesto. Estos modelos son conocidos con los nombres de método de la tasa aritmética y método de la tasa geométrica.

#### Método de tasa aritmética:

Se comporta según la ecuación de interés simple:

$$V_n = V_0(1 + in)$$

donde:

$V_n$  = Valor para el periodo n

$V_0$  = Valor del periodo base, periodo cero o inicial

$i$  = Tasa de crecimiento aritmética

$n$  = Número de periodos

La tasa  $i$  puede ser calculada como:

$$i = \frac{\left(\frac{V_n}{V_0}\right) - 1}{n}$$

#### Método de tasa geométrica:

Se comporta según la ecuación de interés compuesto:

$$V_n = V_o (1 + i)^n$$

La tasa  $i$  para este método debe ser calculada por la ecuación:

$$i = \left( \frac{V_n}{V_o} \right)^{1/n} - 1$$

#### **1.4.2. Modelo Lineal de regresión simple**

El concepto de regresión estadística, es aquel que consiste en estudiar la forma de “ajustar” una serie de datos históricos hacia una ley de comportamiento matemático que se expresa por una ecuación, en este caso lineal. La mejor ley de comportamiento brindará el mejor ajuste de estos datos a la ley estudiada.

La demanda u oferta de un producto pueden ser llamadas variable dependiente (Y) y pueden estar en función de una variable independiente (X) tal como: el tiempo, el precio del producto, el Producto Interno Bruto per cápita, los gastos de comercialización, la población, la capacidad de crédito, etc. En este sentido se pueden hacer ajustes de regresión a las funciones a una sola variable  $Y = f(X)$  y que pueden ser del tipo que se muestra en el cuadro 2.

***Cuadro 2. Funciones de regresión a una sola variable***

<b>Tipo de función</b>	<b>Ecuación</b>
Lineal	$Y = A + BX$
Exponencial	$Y = a e^{bX}$
Potencial	$Y = a X^b$
Logarítmica	$Y = a + b \ln X$

Asintótica creciente	$Y = a - b / X$
Gompertz	$Y = e^{(a - b X)}$

Todas estas funciones pueden ser operadas a través del concepto de linealización y sus parámetros,  $a$  y  $b$ , pueden ser calculados a partir de las ecuaciones desarrolladas para el modelo lineal. Partiendo del diagrama de dispersión se debe visualizar una curva o línea suavizada que aproxima los datos a través de una relación lineal entre las variables.

Dados dos puntos cualquiera sobre la línea,  $S_1(x_1, y_1)$ ,  $S_2(x_2, y_2)$ , la ecuación de la recta que une  $S_1$  y  $S_2$  es:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Por lo tanto la curva que relaciona las dos variables es una recta dada por la ecuación:

$$y_e = A + Bx$$

donde:

$y_e$  = Valor de la variable dependiente estimada

Siguiendo la técnica de mínimos cuadrados se define un error o desviación para cada par ordenado.

$$e_i = y - y_e \quad [\text{Ec. 4.7}]$$

Como la suma de todas las desviaciones debe ser mínima, sus derivadas parciales deben ser igual a cero, es decir:

$$\frac{\partial \sum (y_R - y_e)^2}{\partial A} = 0$$

$$\frac{\partial \sum (y_R - y_e)^2}{\partial B} = 0$$

De esta forma se obtienen las siguientes dos ecuaciones:

$$\sum y = NA + B \sum x$$

$$\sum xy = A \sum x + B \sum x^2$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtienen los parámetros A y B de la función lineal:

$$A = \frac{\sum y - B \sum x}{N}$$

$$B = \frac{\sum x \sum y - N \sum xy}{(\sum x)^2 - N \sum x^2}$$

### 1.4.3. La Correlación Lineal Simple

Una vez logrado el ajuste a la ley correspondiente, es necesario ver el grado de aproximación a este comportamiento; en otras palabras, ver el grado de asociación de la variable independiente con la variable dependiente. Se trata de aclarar en que porcentaje, la variable independiente, es capaz de explicar el comportamiento de la variable dependiente.

Para validar si la variable dependiente (Y) tiene asociación o correlación con la variable independiente (X), es necesario calcular el coeficiente de determinación  $r^2$ . Si  $r^2$  se aproxima a 1, el grado de asociación será bueno, un  $r^2$  de cero indica que no hay asociación. La fórmula de cálculo se obtiene a partir de la expresión de la variación total, es decir:

$$V_T = V_E + V_{NE}$$

$$\sum (y - y_p)^2 = \sum (y_e - y_p)^2 + \sum (y - y_e)^2$$

donde:

$V_T$  = Variación total;

$V_E$  = Variación explicada;

$V_{NE}$  = Variación no explicada;

$y_e$  = Valor de  $y_i$  estimado con la ecuación de regresión;

$y_p$  = Promedio de los datos  $y_i$

El coeficiente de determinación  $r^2$ , se define como:

$$r^2 = 1 - \frac{V_{NE}}{V_T}$$

El coeficiente de correlación no es nada más que la raíz cuadrada del coeficiente de determinación. Una expresión bastante utilizada para el cálculo del coeficiente de correlación es la siguiente:

$$r = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{N \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

#### 1.4.4. Error de Estimación y Significancia Estadística

Un nuevo nivel de análisis en las estimaciones de regresión y correlación es lograr explicar y demostrar la significancia estadística de la regresión como un todo; es decir que la regresión cumpla con la hipótesis de tendencia de crecimiento, lo que significa en los hechos que tenga una pendiente ( $b$ ) que tenga un valor diferente a cero.

Para este análisis es importante calcular el *error de estimación* ( $S_e$ ), el cual se logra estimar con la ecuación:

$$S_e^2 = \frac{\sum (y - y_e)^2}{n - 2}$$

El error de significancia  $S_b$  se calcula con:

$$S_b = \frac{S_e}{\sum x^2 - N * x_p^2}$$

Para poder verificar si la regresión a una variable es significativa, se tienen las siguientes hipótesis:

*Hipótesis nula*                       $H_0: b = 0$

*Hipótesis alternativa*         $H_1: b \neq 0$

Para probar la significancia se usa el test t de student con el estadístico:

$$t = \frac{b}{S_b}$$

Si el valor del t estadístico calculado es menor que el valor t de la tabla para un nivel de significancia  $\alpha$ , se acepta  $H_0$ , de lo contrario se la rechaza y la regresión es significativa como un todo.

## **2. Planteamiento del problema**

Como se habrá podido notar en los términos precedentes, la teoría estadística provee de un marco teórico – conceptual que permite hacer el ajuste correspondiente al cálculo y ajuste de un modelo de comportamiento lineal a una sola variable. La problemática se presenta en la adecuación de esta teoría a otros modelos que necesitan ser linealizados para encontrar sus parámetros y de esa forma obtener la ecuación completa que permita las proyecciones de datos.

En este artículo se estudia esta situación y se plantea la metodología conceptual y de cálculo para múltiples casos que puedan ser linealizados; por otro lado también se muestran resultados usando el software parametrizado en excel SIGPEP versión 1.1. que permite, en su parte de análisis del mercado, ajustar y linealizar datos a diferentes tipos de curvas.

### 3. Objetivos del análisis

Se plantean los siguientes objetivos:

- ❑ Analizar el comportamiento de datos de demanda u oferta adecuando a un comportamiento lineal.
- ❑ Explicar el procedimiento metodológico para ajustar los datos concernientes al comportamiento de la demanda u oferta a diferentes curvas usando el concepto de linealización.
- ❑ Analizar el grado de ajuste o correlación a través del cálculo del coeficiente de determinación.
- ❑ Analizar la significancia estadística de este comportamiento con el cálculo del error estándar de estimación y la aplicación del test t de student.

### 4. Aplicación de la linealización

Para estudiar y aplicar el análisis teórico planteado, consideremos el siguiente caso de estudio:

El comportamiento de la demanda y la oferta de un producto está dada por la siguiente información que se muestra en el Cuadro 3

*Cuadro 3. Comportamiento Histórico de la Demanda y Oferta*

Año	Producción nacional [Ton]	Importación [Ton]	Exportación [Ton]	Oferta [Ton]	Precios Constantes [\$]	Población [Miles]
2001	160	10	5	110	8	NSD*
2002	175	12	6	112	10	875
2003	182	15	3	115	11	NSD
2004	189	10	3	115	12	NSD
2005	190	12	2	117	15	950

\* NSD: No Se Disponen Datos

Se desea responder a las siguientes preguntas:

- a) Proyectar la demanda hasta el año 2010 en función al precio utilizando una curva de Gompertz y calcular el coeficiente de determinación correspondiente. Para el crecimiento del precio tomar en cuenta una tasa de crecimiento del 3% correspondiente a la tasa de inflación.
- b) Proyectar la oferta considerando una curva asintótica creciente en función al precio y realizar su análisis de significancia estadística.
- c) Proyectar la población para todos los años considerados
- d) Determinar el consumo per cápita urbano y rural para el período de 2001 a 2005

*Solución*

- a) Para proceder al ajuste y proyección de la demanda, primero se obtendrán los datos del consumo aparente sumando la Producción Nacional, las Importaciones y restando las Exportaciones, de acuerdo a la ecuación ya mencionada:

$$C_{AP} = P + Y - X$$

La aplicación de esta ecuación nos genera el cuadro 4.

**Cuadro 4. Datos de Consumo Aparente**

Año	Producción nacional [Ton]	Importación [Ton]	Exportación [Ton]	Consumo Aparente [Ton]	Precios Constantes [\$/Ton]
-----	---------------------------	-------------------	-------------------	------------------------	-----------------------------

2001	160	10	5	<b>165</b>	8
2002	175	12	6	<b>181</b>	10
2003	182	15	3	<b>194</b>	11
2004	189	10	3	<b>196</b>	12
2005	190	12	2	<b>200</b>	15

La curva de Gompertz tiene el siguiente comportamiento:

$$Y = e^{(a-bX)}$$

Donde:

- Y = Consumo Aparente en Toneladas
- X = Precios Constantes en \$/Ton
- a, b = Parámetros a ser calculados

Linealizando y aplicando logaritmo natural se tiene:

$$\text{Ln } Y = a - \frac{b}{X}$$

Sustituyendo Ln Y por Y y (-1/X) por X se tiene la siguiente transformación de datos que se muestra en el Cuadro 5.

***Cuadro 5. Datos transformados y linealizados***

Año	C <sub>AP</sub> [Y]	Precios constantes [X]	Ln Y	-1/X	(-1/X) <sup>2</sup>	-1/X LnY
2001	165	8	5.105945	-0.125000	0.015625	-0.638243
2002	181	10	5.198497	-0.100000	0.010000	-0.519849
2003	194	11	5.267858	-0.090909	0.008264	-0.478895
2004	196	12	5.278114	-0.083333	0.006944	-0.439841
2005	200	15	5.298317	-0.066666	0.004444	-0.353217
<b>Total</b>	<b>936</b>	<b>56</b>	<b>26.148731</b>	<b>-0.465908</b>	<b>0.045277</b>	<b>-2.430045</b>

Sustituyendo los datos linealizados en las ecuaciones de A y B deducidas para el modelo lineal y con las transformaciones correspondientes, se tiene:

Para b transformado:

$$b = \frac{\sum (-1/X) \sum \ln Y - N \sum (-1/X) \ln Y}{(\sum (-1/X))^2 - N \sum (-1/X)^2}$$
$$b = \frac{(-0.465908 * 26.148731) - (5 * (-2.430045))}{(-0.465908)^2 - (5 * (0.045277))}$$
$$b = 3.5082$$

Para a transformado:

$$a = \frac{\sum \ln Y - B \sum (-1/X)}{N}$$
$$a = \frac{(26.148731) - ((3.5082) * (-0.465908))}{5}$$

Finalmente la ecuación de Gompertz queda:

$$a = 5.5566$$

$$Y_e = e^{5.5566 - 3.5082 / X}$$

O también:

$$\ln Y_e = 5.5566 - \frac{3.5082}{X}$$

Para calcular el coeficiente de determinación, usaremos la relación:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum (\ln y - \ln y_e)^2}{\sum (\ln y - \ln y_p)^2}$$

Construimos el cuadro 6. tomando tres decimales:

***Cuadro 6. Cálculo del coeficiente de determinación***

<b>Año</b>	<b>Ln y</b>	<b>y<sub>e</sub></b>	<b>Ln y<sub>e</sub></b>	<b>Ln y<sub>p</sub></b>	<b>(Ln y – Ln y<sub>e</sub>)<sup>2</sup></b>	<b>(Ln y – Ln y<sub>p</sub>)<sup>2</sup></b>
2001	5.106	167.039	5.118	5.232	0.000	0.016
2002	5.198	182.336	5.206	5.232	0.000	0.001
2003	5.268	188.239	5.238	5.232	0.001	0.001
2004	5.278	193.304	5.264	5.232	0.000	0.002
2005	5.298	204.932	5.323	5.232	0.001	0.004
<b>Total</b>	<b>26.149</b>	<b>935.850</b>	<b>26.149</b>	<b>26.161</b>	<b>0.002</b>	<b>0.025</b>

Por tanto:

$$r^2 = 1 - \frac{0.002}{0.025}$$

$$r^2 = 0.92 \text{ (92\%)}$$

Proyectamos el precio tomando el criterio de la tasa aritmética con una tasa de crecimiento del 3% y proyectamos el consumo aparente o demanda con la curva de Gompertz. Para el período 2006 se tiene:

$$V_{2006} = 15 * (1 + 0.03 * 1)$$

$$V_{2006} = 15.45$$

$$Y_e = e^{5.5566 - 3.5082/X}$$

$$Y_{e2001} = C_{AP2006} = e^{5.5566 - 3.5082/15.45}$$

$$Y_{e2006} = C_{AP2006} = 206.34$$

Es así que se tiene la proyección hasta el año 2010:

***Cuadro 7: Proyección del Consumo Aparente***

Año	CAP [Y]	Precios constantes [X]
2006	206.34	15.45
2007	207.67	15.90
2008	208.93	16.35
2009	210.14	16.80
2010	211.28	17.25

- b) Para la oferta hacemos un ajuste con la curva asintótica creciente que tiene la ecuación de la forma:

$$Y = a - \frac{b}{X}$$

donde X en este caso, corresponde al tiempo y Y a los datos de oferta iniciales.

Adaptando las fórmulas de la ecuación lineal, se tiene:

$$b = \frac{\sum (-1/X) \sum Y - \sum Y \sum (-1/X)}{(\sum (-1/X))^2 - N \sum (-1/X)^2}$$

De esta forma se transforman y se adaptan los datos a la forma de la ecuación asintótica creciente. Estas transformaciones se denotan en el Cuadro 8.

***Cuadro 8. Datos Transformados a la curva Asintótica***

Año [X]	Oferta [Ton] [Y]	-1/X	(-1/X) <sup>2</sup>	-1/X * Y
1	110	-1,00	1,00	-110,00
2	112	-0,50	0,25	-56,00
3	115	-0,33	0,11	-38,33
4	115	-0,25	0,06	-28,75
5	117	-0,20	0,04	-23,40
<b>Total</b>	<b>569</b>	<b>-2,28</b>	<b>1,46</b>	<b>-256,48</b>

Reemplazando en las fórmulas, se tiene:

$$b = \frac{[-2,28 * 569 - 5 * (-256,48)]}{[(-2,28)^2 - 5 * (1,46)]}$$

$$b = 7,98$$

$$a = \frac{(569 - 7,98 * (-2,28))}{5}$$

$$a = 117,45$$

La ecuación de la oferta quedaría:

$$Y = 117,45 - \frac{7,98}{X}$$

Para el análisis de significancia se calcula el error de estimación y el error de significancia con las siguientes fórmulas adecuadas:

$$S_e^2 = \frac{\sum (y - y_e)^2}{n - 2}$$

$$S_b = \frac{S_e}{\sum (-1/x)^2 - N * (-1/x)_p^2}$$

**Cuadro 9. Estimación de Errores**

Año [X]	Oferta [Y]	Y <sub>e</sub>	(Y-Y <sub>e</sub> ) <sup>2</sup>	(-1/X) <sup>2</sup>	-1/X * Y
1	110	109.47	0.2809	-1.000	-110.00
2	112	113.46	2.1316	-0.500	-56.00
3	115	114.79	0.0441	-0.333	-38.33
4	115	115.45	0.2025	-0.250	-28.75
5	117	115.85	1.3225	-0.200	-23.40
<b>Total</b>	<b>569</b>	<b>569.02</b>	<b>3.9816</b>	<b>-2.283</b>	<b>-256.48</b>

Reemplazando:

$$S_e^2 = \frac{3.9816}{5-2} \equiv 1.3272$$

$$S_e = 1.152$$

$$S_b = \frac{1.152}{1.464 - 5 * (0.208483)} \equiv 2.7325$$

Por tanto el estadístico t será:

$$t = \frac{B}{S_b}$$
$$t = \frac{7.98}{2.7325} \equiv 2.92$$

Para 3 grados de libertad y 90% de confianza:

$$-2.353 \leq t_{\text{tabla}} \leq 2.353$$

El valor de 2.92 está en la región de rechazo de la hipótesis nula, por tanto se concluye que la regresión es significativa y se acepta  $H_1: b \neq 0$ .

c) Para determinar y proyectar la población procedemos de la siguiente manera

- Proyectamos el índice de crecimiento poblacional interpolando los datos entre los períodos 2002 y 2005, con la ecuación geométrica:

$$i = \left( \frac{V_n}{V_0} \right)^{1/n} - 1$$

$$i = \left( \frac{950}{875} \right)^{1/3} - 1 \equiv 0.02779$$

- Utilizando el índice de crecimiento poblacional calculado, utilizamos la ecuación de interés compuesto para proyectar las poblaciones de los diferentes años. Tomaremos al año 2002 (período 2 ) como año base y como tal corresponde al período cero; de esta manera el período 5 corresponde al año 2005. Entonces se tiene:

$$V_n = V_0(1 + i)^n$$

$$V_1 = 875000(1 + 0.02779)^{-1} \equiv 851341$$

$$V_2 = 875000(1 + 0.02779)^0 \equiv 875000$$

$$V_3 = 875000(1 + 0.02779)^1 \equiv 899316$$

$$V_4 = 875000(1 + 0.02779)^2 \equiv 924308$$

$$V_5 = 875000(1 + 0.02779)^3 \approx 950000$$

- d) Para estimar el Consumo per cápita, se usa la ecuación:

$$C_{PC} = \frac{C_{AP}}{POB}$$

Se obtiene el cuadro 10. de consumo per cápita:

**Cuadro 10. Consumo per cápita estimado en Kg/Hab-año**

Año	C <sub>AP</sub> [Kg]	POB total [Miles Hab]	C <sub>PC</sub> [Kg /Hab-año]
2001	165 000	851 341	0.1938
2002	181 000	875 000	0.2068
2003	194 000	899 316	0.2157

2004	196 000	924 308	0.2128
2005	200 000	950 000	0.2105

## **5. Aplicación de software**

La aplicación de estos procedimientos se puede realizar con el uso de distintos softwares estadísticos. Mostraremos la aplicación del software en excel SIGPEP Versión 1.0 (Sistema Integral de Gestión y Preparación y Evaluación de Proyectos) que con el manejo de planillas parametrizadas y con macros, nos facilitará los cálculos para ver un ajuste apropiado para los datos en análisis. Este sistema maneja varios conceptos del estudio y análisis de proyectos y en este caso aplicaremos al tema que nos concierne, que es el estudio y proyección de datos del mercado.

A continuación se muestra la pantalla general del programa integral asociada a varios componentes de estudio del mundo de los proyectos. Posteriormente mostramos los resultados concernientes al ajuste de los datos de consumo aparente en función de los precios. Se podrá notar el cálculo de los parámetros para varias curvas linealizadas con sus correspondientes coeficientes de determinación y sus cálculos sobre los errores estándar y la significancia estadística.

### ***Menú Principal del SIGPEP***

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana Documents To Go Cell Run CBTools ?

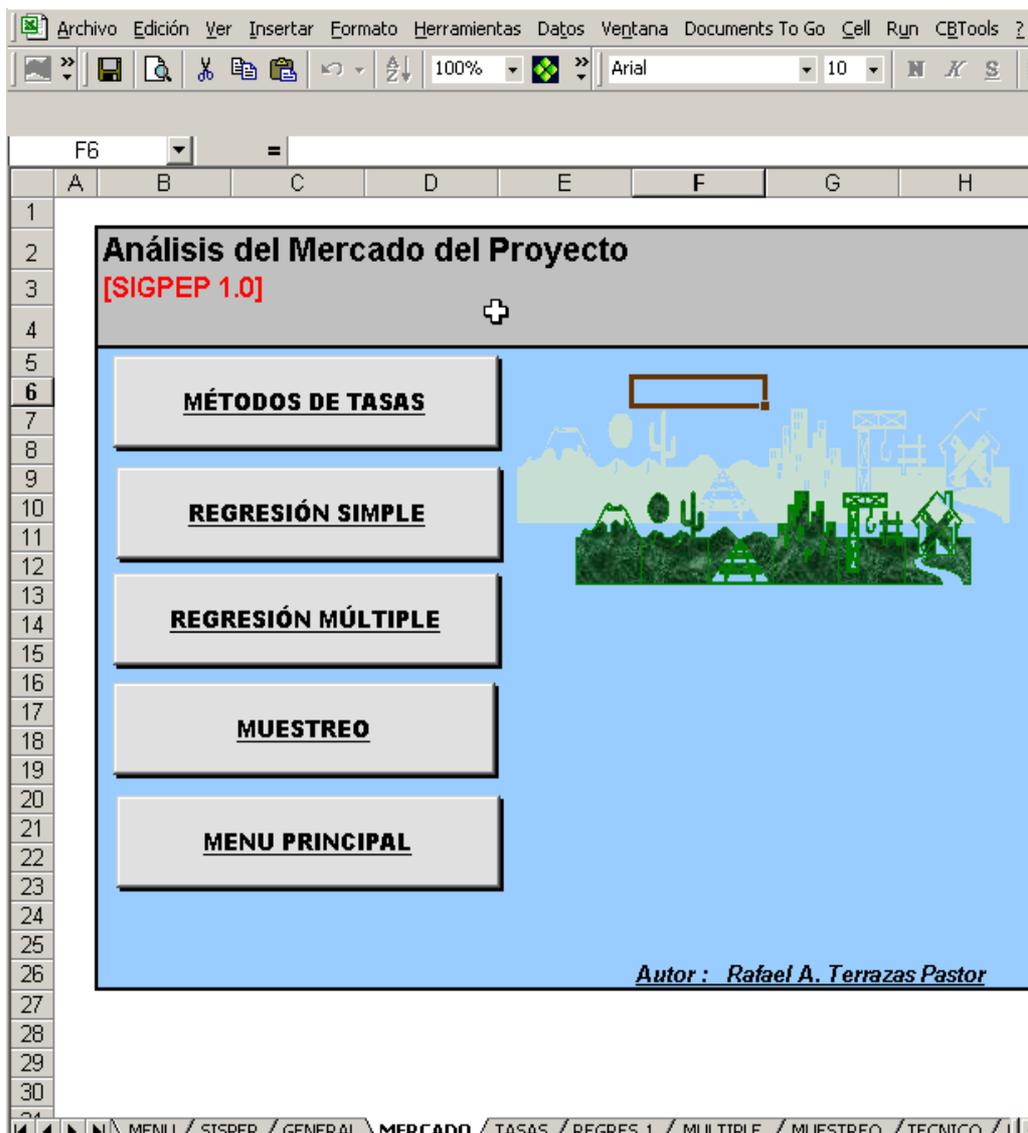
100% Arial 10

K13 =

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		<b>Sistema Integral de Gestión Preparación y Evaluación de Proyectos</b>							
3		<b>[SIGPEP 1.0]</b>							
4									
5									
6									
7		<b>ACERCA DEL SIGPEP</b>							
8									
9									
10		<b>INTRODUCCIÓN DE DATOS</b>							
11									
12									
13									
14		<b>ANÁLISIS DE MERCADO DEL PROYECTO</b>							
15									
16									
17									
18		<b>ANÁLISIS TÉCNICO DEL PROYECTO</b>							
19									
20									
21									
22									
23		<b>ANÁLISIS FINANCIERO DEL PROYECTO</b>							
24									
25									
26		<i>Autor : Rafael A. Terrazas Pastor</i>							
27									
28									
29									
30									

MENU / SISPEP / GENERAL / MERCADO / TASAS / REGRES.1 / MULTIPLE / MUESTREO / TECNICO / 1

Menú del Análisis del Mercado



Resultados de la Linealización a Varias Curvas

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana Documents To Go Cell Run CBTools ?

100% Arial 10

C1 =

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										
26										
27										
28										
29										

**ANÁLISIS DE DEMANDA Y OFERTA** **MERCADO**

**REGRESIÓN Y LINEALIZACIÓN DE CURVAS**

1) RESULTADOS

	Lineal $Y=A+BX$	Exponencial $Y=ae^{bx}$	Potencial $Y=ax^b$	Logarítmica $Y=a+b \ln X$	Asintótica $Y=a-b/x$	Gompertz $Y=e^{-a-bX}$
Ordenada al Origen (A):	131,70	137,91	87,44	-48,63	246,69	5,56
Pendiente (B):	4,96	0,03	0,32	57,87	638,46	3,50
Coef determinación ( $R^2$ ):	80,37%	79,18%	86,76%	87,61%	92,80%	92,35%
Coef Correlación R:	89,65%	88,99%	93,14%	93,60%	96,33%	96,10%
Error Estandar ( $S_e$ ):	7,32	0,04	0,03	5,81	4,43	0,03
Error Significancia ( $S_o$ ):	0,27	0,00	0,15	27,14	2377,71	13,50
Valor t de Student:	18,14	17,48	2,05	2,13	0,27	0,26

2) PROYECCIONES

Para X:	Lineal $Y=A+BX$	Exponencial $Y=ae^{bx}$	Potencial $Y=ax^b$	Logarítmica $Y=a+b \ln X$	Asintótica $Y=a-b/x$	Gompertz $Y=e^{-a-bX}$
1	136,66	141,70	87,44	-48,63	-391,77	7,78
2	141,61	145,59	108,92	88,74	-72,54	44,88
3	146,57	149,58	123,85	112,20	33,87	80,48
4	151,52	153,68	135,67	128,85	87,08	107,78
5	156,48	157,90	145,61	141,76	119,00	128,43
6	161,43	162,23	154,27	152,31	140,28	144,34
7	166,39	166,68	162,00	161,24	155,48	156,91
8	171,34	171,25	169,00	168,96	166,89	167,04
9	176,30	175,95	175,42	175,78	175,75	175,37
10	181,25	180,78	181,38	181,88	182,85	182,34
11	186,21	185,74	186,94	187,39	188,65	188,24

MENU / SISPEP / GENERAL / MERCADO / TASAS / REGRES.1 / MULTIPLE / MUESTREO / TECNICO / |

## **6. Conclusiones sobre el procedimiento**

Este procedimiento de cálculo es útil, interesante y permite su aplicación a múltiples casos de análisis de la demanda. La metodología genérica planteada permite también su aplicación a problemas de regresión múltiple con más de una variable independiente.

La validación de cualquiera de estos modelos, para su aplicabilidad concreta, se da a través de los siguientes parámetros:

- ❑ El análisis de correlación a través del cálculo del coeficiente de determinación. Por ejemplo en el caso de aplicación obtuvimos un coeficiente de determinación del 92%; esto quiere decir que el 92% de los datos del precio explican el comportamiento del consumo aparente o demanda, lo que significa que hay una correlación alta.
- ❑ El análisis de significancia estadística permite determinar el cumplimiento de la hipótesis alternativa (la pendiente es diferente de cero). Para el caso de aplicación vemos que esta posibilidad se cumple y la regresión es significativa como un todo.
- ❑ Se puede también realizar un análisis de errores a través del cálculo de errores como el bias, el error cuadrático medio (MSE), el error absoluto medio (MAD), etc.; los cuales deben generar valores bajos para validar la utilización de un determinado modelo. En este trabajo no se aplica este análisis.
- ❑ El uso de software es pertinente y adecuado para estos análisis. En este caso se está utilizando el Sistema Integral de Gestión, Preparación y Evaluación de Proyectos (SIGPEP) que permitirá realizar cálculos para diferentes curvas linealizadas ofreciendo los reportes de cálculo de los parámetros y las proyecciones que el analista crea necesarias para tomar una decisión en torno al análisis y estudio del mercado, seleccionando la curva que considere más apropiada y que se adecue a sus necesidades reales.

## 6. Referencias

- ❑ BACA URBINA, Gabriel (2000); Preparación y Evaluación de Proyectos; Ed. McGraw Hill; México.
- ❑ COMPANYS PASCUAL, Ramón (1990); Previsión Tecnológica de la Demanda; Ed. Marcombo, Serie Productica; España.
- ❑ MÉLARD, Guy (1995); Méthodes de Prévision á Court Terme; Éditions de L'Université de Bruxelles; Bélgica.
- ❑ SOLDEVILLA GARCIA, Emilio (2000); GRANDE ESTEBAN, Ildfonso; Análisis Económico de la Demanda Empresarial; Ed. El Ateneo; Barcelona.
- ❑ TERRAZAS, Rafael (2005); Modelos Lineales de Optimización; Ed. ETREUS; Cochabamba.
- ❑ TERRAZAS, Rafael (2006); Preparación y Evaluación de Proyectos: un enfoque sistémico e integral; Ed. ETREUS; Cochabamba.
- ❑ TERRAZAS, Rafael (2005); Software: Sistema Integral de Gestión, Preparación y Evaluación de Proyectos; Versión 1.1.; Cochabamba.