

TEORÍA DE LAS DECISIONES

Mariana Peñaloza Palomeque
Licenciada en Administración de Empresa.
Universidad Católica Boliviana
Maestría en Gerencia Empresarial mención Finanzas
Universidad Mayor de San Simón
Cargos: Responsable de Activos Fijos
Docente Universidad Católica Boliviana Regional Cochabamba
penalozm@ucbcba.edu.bo

RESUMEN

La toma de decisiones es una situación que está presente en nuestras vidas desde que despertamos hasta que nos acostamos, solamente al despertar debemos elegir entre levantarnos o no, cuando nos levantamos elegimos si nos ponemos o no zapatos para caminar dentro el dormitorio y así sucesivamente, nuestra vida está llena de elecciones, unas más difíciles que otras, con más o menos implicancia, pero al final siempre estamos decidiendo.

Es por esta razón que desde hace bastante tiempo las personas vienen estudiando este tema, tratando de facilitar la toma de decisiones y reducir el riesgo al mínimo posible cuando de elegir se trata.

Este trabajo busca optimizar la toma de decisiones a través de modelos matemáticos que ayudan en el proceso y brindan resultados objetivos.

1. ELEMENTOS QUE CARACTERIZAN A LA TOMA DE DECISIONES.

Para que se de una toma de decisiones se necesita que estén presentes los siguientes elementos:

- Sujeto, que es la persona que debe elegir la alternativa a seguir, en otras palabras es el decisor.
- Alternativas y/o cursos de acción a seguir, mínimamente deben ser 2 para que pueda darse la elección o decisión.
- Criterio, que sirve de base para determinar la alternativa a seguir.

2. DEFINICIÓN DE ALGUNOS CONCEPTOS IMPORTANTES.

- En términos formales, decidir o tomar una decisión es elegir de entre varias alternativas, la mejor, basados en la información con que se cuenta en ese momento.
- Variables de decisión y estados de la naturaleza, cuando se tiene que realizar una toma de decisiones inicialmente se debe diferenciar cuáles variables se pueden

controlar (variables de decisión) y cuáles variables no (estados de la naturaleza o eventos), estas últimas son factores externos que influirán en la situación de análisis.

- Pago, es la consecuencia que resulta de la combinación de una alternativa elegida (variable de decisión) y la ocurrencia de un particular estado de la naturaleza (evento o variable no controlable).

3. TIPOS DE DECISIONES.

Tomando como criterio la información disponible, las decisiones se pueden clasificar en tres tipos:

- ✓ Decisiones en condiciones de certeza.
- ✓ Decisiones en condiciones de riesgo.
- ✓ Decisiones en condiciones de incertidumbre.

CUADRO N° 1. Clasificación de los tipos de decisiones

TIPO DE DECISIÓN	INFORMACIÓN	RIESGO
Condiciones de Certeza	Clara, exacta y completa	Bajo
Condiciones de Riesgo	Con probabilidades de ocurrencia	Medio
Condiciones de Incertidumbre	Muy escasa o nula	Alto

Fuente. Elaboración Propia, 2010.

3.1 Decisiones en condiciones de certeza.

Son aquellas que se toman cuando se dispone de información clara, exacta y completa sobre el tema, lo que hace que la alternativa elegida sea segura y con muy poco riesgo.

3.2 Decisiones en condiciones de riesgo.

Son las decisiones que se toman con información parcial sobre el tema, es decir que se dispone de información pero ésta no es del todo exacta y se tiene probabilidades de ocurrencia, por tanto la elección que se tome, tendrá un riesgo asociado.

3.3 Decisiones en condiciones de incertidumbre.

En condiciones de incertidumbre, el decisor no tiene conocimiento de los resultados de ninguno de los estados de la naturaleza y/o es costoso obtener la información necesaria. En tal caso, la decisión depende netamente del tipo de personalidad que tenga el decisor, como consecuencia el riesgo es muy alto.

4. VALOR ESPERADO

El criterio del valor esperado es un modelo que se basa en las probabilidades de ocurrencia de un suceso en particular y resulta de la suma ponderada de los pagos correspondientes a la alternativa de decisión.

$$VE(X) = \sum_{i=1}^m X_i * p(X_i)$$

Ejemplo1:

Si se compra un ticket de una rifa a Bs. 50, el ganador recibirá un premio de Bs. 2.000. Se sabe que se venderán máximo 100 rifas.

Resolución:

Evento	Pago (Bs.)	Probabilidad
Ganar	2.000 – 50 = 1.950	1/100 = 1%
Perder	– 50	99/100 = 99%
Valor Esperado = 1.950 * 0.01 + (-50) * 0.99 Valor Esperado = - 30		

Conclusión: El valor esperado de comprar una rifa es -30, es decir se espera una pérdida de Bs. 30 al comprar un ticket de rifa, por tanto no sería conveniente comprarla.

5. MATRIZ DE PAGOS

Una matriz de pagos sirve para analizar varias alternativas de decisión y muestra los resultados correspondientes a todas las combinaciones de éstas con los estados de la naturaleza. De manera general se la plantea de la forma siguiente:

CUADRO N° 2. Formato General de la Matriz de Pagos

ALT. DE DECI- SIÓN	ESTADOS DE LA NATURALEZA				
		E ₁	E ₂		E _m
	D ₁	X ₁₁	X ₁₂		X _{1m}
	D ₂	X ₂₁	X ₂₂		X _{2m}
	⋮				
	D _n	X _{n1}	X _{n2}		X _{nm}

Fuente. Elaboración Propia, 2010.

Donde X_{ij} = Beneficio o costo de la alternativa “i” asociado al estado de la naturaleza “j”

Una vez que se tiene armada la matriz, se debe calcular el valor esperado para cada alternativa de decisión (fila) y finalmente se debe elegir la opción que más convenga; si se tratan de costos se debería elegir la opción que tenga el menor valor esperado, por el contrario cuando se traten de utilidades, ingresos, o rendimientos se debe elegir la alternativa que tenga el mayor valor esperado.

Ejemplo 2:

Un inversionista desea realizar un concierto para generar ganancias. Se estableció el precio de venta de la entrada en Bs. 12 por persona, el grupo que tocará cobrará Bs. 7.000, el alquiler del local más la amplificación será de Bs. 3.000 y la impresión de las entradas tendrá un costo de Bs. 85 por cada talón de 50 entradas.

Se ha realizado un sondeo en el mercado y se pudo determinar lo siguiente:

Demanda	Cantidad Entradas	Probabilidad
Demanda 1	1.000	20%
Demanda 2	2.000	50%
Demanda 3	3.000	30%

El inversionista desea determinar ¿cuántas entradas debe ofertar?

Resolución:

Para armar la matriz de pagos, en primera instancia se debe determinar cuántas alternativas y cuántos estados de la naturaleza se tienen, para el caso de estudio se puede apreciar que existen 3 posibles demandas es decir 3 estados de la naturaleza que podrían ocurrir, tal como figuran en la tabla anterior; por el otro lado y tomando en cuenta la política de “seguir a la demanda” el inversionista tiene la opción de ofertar 1.000, 2.000 ó 3.000 entradas. Entonces la matriz de pagos en dimensiones resulta ser de 3 x 3.

Lo siguiente que se debe hacer es completar cada una de las casillas de la matriz en base a la información con la que se cuenta, para el ejemplo se tiene información de costos e ingresos por lo tanto se pueden calcular las utilidades.

Para la casilla (1,1) que implica ofertar 1.000 entradas y que haya una demanda de 1.000, es decir vender todo lo que se ofrece:

Ingresos:

$$I(1,1) = 1.000 * 12 = \text{Bs. } 12.000$$

En el caso de los costos, se tienen:

$$\text{Costos fijos (Pago del grupo y alquileres)} = 7.000 + 3.000 = \text{Bs. } 10.000$$

$$\text{Costos variables (Talonarios de entradas)} = (85/50) * 1.000 = \text{Bs. } 1.700$$

$$C(1,1) = 10.000 + 1.700 = 11.700$$

Utilidad:

$$U(1,1) = 12.000 - 11.700 = \text{Bs. } 300$$

Para el caso de la casilla (1,2) y (1,3) la utilidad resulta ser la misma que la casilla (1,1) porque en ambos casos existe una demanda mayor de entradas que las ofertadas, es decir quedará una parte de la demanda insatisfecha.

Para la casilla (2,1) que implica ofertar 2.000 entradas y vender 1.000

$$I(2,1) = 1.000 * 12 = 12.000$$

$$C(2,1) = 10.000 + (85/50) * 2.000 = 13.400$$

$$U(2,1) = 12.000 - 13.400 = -1.400$$

Para la casilla (2,2) que implica ofertar 2.000 entradas y vender 2.000

$$I(2,2) = 2.000 * 12 = 24.000$$

$$C(2,2) = 10.000 + (85/50) * 2.000 = 13.400$$

$$U(2,2) = 24.000 - 13.400 = 10.600$$

Para el caso de la casilla (2,3) la utilidad resulta ser la misma que la casilla (2,2) porque habrá demanda insatisfecha.

Para la casilla ((3,1) que implica ofertar 3.000 entradas y vender 1.000

$$I(3,1) = 1.000 * 12 = 12.000$$

$$C(3,1) = 10.000 + (85/50) * 3.000 = 15.100$$

$$U(3,1) = 12.000 - 15.100 = -3.100$$

Para la casilla (3,2) que implica ofertar 3.000 entradas y vender 2.000

$$I(2,2) = 2.000 * 12 = 24.000$$

$$C(2,2) = 10.000 + (85/50) * 3.000 = 15.100$$

$$U(2,2) = 24.000 - 15.100 = 8.900$$

Para la casilla (3,3) que implica ofertar 3.000 entradas y vender 3.000

$$I(2,2) = 3.000 * 12 = 36.000$$

$$C(2,2) = 10.000 + (85/50) * 3.000 = 15.100$$

$$U(2,2) = 36.000 - 15.100 = 20.900$$

Con los resultados obtenidos la matriz de pagos para este problema quedaría de la siguiente forma:

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	ESTADOS DE LA NATURALEZA		
	Dem₁: 1.000	Dem₂: 2.000	Dem₃: 3.000
	20%	50%	30%
Of₁: 1.000	300	300	300
Of₂: 2.000	-1.400	10.600	10.600
Of₃: 3.000	-3.100	8.900	20.900

Como último paso, se debe calcular los valores esperados de cada una de las alternativas y compararlos:

$$VE_1 = 300 * 0.2 + 300 * 0.5 + 300 * 0.3 = 300$$

$$VE_2 = -1.400 * 0.2 + 10.600 * 0.5 + 10.600 * 0.3 = 8.200$$

$$VE_3 = -3.100 * 0.2 + 8.900 * 0.5 + 20.900 * 0.3 = \mathbf{10.100}$$

Conclusión: La alternativa más conveniente para el inversor es ofertar 3.000 entradas porque le proporciona el valor esperado más alto.

6. MODELOS EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Todos los modelos en condiciones de incertidumbre resultan adecuados en situaciones en las cuales el decisor tiene poca confianza en su capacidad para juzgar las probabilidades de los diversos estados de la naturaleza o no existe un experto que realice esta tarea, también sirven en situaciones en las que es deseable considerar el análisis del peor caso o del mejor, independientemente de su probabilidad de ocurrencia.

Su análisis también se basa en el planteamiento de una matriz de pagos, pero a diferencia del Valor Esperado, las probabilidades de ocurrencia de los estados de la naturaleza, son desconocidas.

6.1 MaxiMax y MaxiMin.

Estos modelos matemáticos se basan en la personalidad del decisor, ya sea que éste adopte una posición optimista o pesimista a la hora de decidir.

- Desde un punto de vista optimista, se elige la opción que mejores resultados brinde. En el caso de beneficios, se utiliza el MaxiMax, que representa el máximo de los máximos y para costos, se utiliza el MiniMin, que significa el mínimo de los mínimos.
- Desde un punto de vista pesimista, se elige la mejor opción de entre las peores que podrían suceder. Para un problema de utilidades, el modelo adecuado es el MaxiMin, es decir se elige el valor máximo de entre los mínimos y en el caso de los costos es el MiniMax, que sugiere elegir el valor mínimo de entre los máximos.

Ejemplo 3:

Supongamos que una empresa quiere realizar una campaña publicitaria. Se le presentan 3 posibilidades: radio (15 minutos de lunes a jueves en un espacio), TV (1 spot cada semana sobre las 12h) y prensa (1 anuncio 2 días a la semana los lunes y los jueves). Como han hecho campañas anteriormente se han podido valorar los beneficios de las diferentes posibilidades del siguiente modo:

ESTADOS DE LA NATURALEZA

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	DEMANDA ALTA	DEMANDA MEDIA	DEMANDA BAJA
RADIO	10.000	4.000	2.000
TV	8.000	2.000	500
PRENSA	9.000	3.500	2.500

¿Qué medio de comunicación se debería elegir?

Resolución:

Como la matriz de pagos es de utilidades, entonces se utilizarán los modelos MaxiMax y MaxiMin

- Optimista: MaxiMax. De cada una de las alternativas de la matriz de decisión (filas) se escoge el mayor valor, y de estos nuevamente se escoge el valor más alto:

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	MaxiMax
RADIO	10.000
TV	8.000
PRENSA	9.000

- Pesimista: MaxiMin. De cada una de las alternativas de la matriz de decisión (filas) se escoge el menor valor, y de estos se escoge el valor más alto:

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	MaxiMin
RADIO	2.000
TV	500
PRENSA	2.500

Conclusión: Tomando en cuenta una actitud positiva, el medio más adecuado para realizar la campaña publicitaria sería la radio. En el caso de los pesimistas, la prensa sería el medio más seguro.

6.2 Laplace (Modelo del Equilibrio).

Este modelo busca el equilibrio en la toma de decisiones, ya que trata a todos los eventos con la misma probabilidad de ocurrencia, en otras palabras se busca sacar el promedio de todos los posibles resultados para cada alternativa. En el caso de utilidades, se elige la alternativa que arroje el mayor valor y cuando la información es de costos, se elegirá el menor.

Ejemplo 4:

Tomando como base el anterior ejercicio, los resultados serían los siguientes:

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	Cálculo	Laplace
RADIO	$\frac{10.000+4.000+2.000}{3}$	5.333,33
TV	$\frac{8.000+2.000+500}{3}$	3.500
PRENSA	$\frac{9.000+3.500+2.500}{3}$	2.500

	3	
--	---	--

Conclusión: Se debería escoger la radio para realizar la campaña publicitaria.

6.3 Hurwicz.

Este modelo también se ve afectado por la personalidad del decisor y parte de tomar un coeficiente de optimismo α que puede variar entre 0 y 1, cuanto mayor el valor de α , mayor optimismo (menor pesimismo); y a menor valor de α , mayor pesimismo (menor optimismo).

Para utilidades: $\text{Max} [\alpha * \text{Max} (X_{ij}) + (1 - \alpha) * \text{Min} (X_{ij})]$

Para costos: $\text{Min} [\alpha * \text{Min} (X_{ij}) + (1 - \alpha) * \text{Max} (X_{ij})]$

Ejemplo 5:

Siguiendo con el ejercicio de los medios, a continuación se presenta la forma de calcular el valor de cada alternativa tomando un $\alpha = 80\%$ (Optimista) y otro ejemplo tomando un $\alpha = 30\%$ (pesimista):

ALTERN. DECISIÓN	Cálculo $\alpha = 0.8$	Hurwicz $\alpha = 0.8$	Cálculo $\alpha = 0.3$	Hurwicz $\alpha = 0.3$
RADIO	10.000 * 0.8 + 2.000 * 0.2	8.400	10.000 * 0.3 + 2.000 * 0.7	4.400
TV	8.000 * 0.8 + 500 * 0.2	3.500	8.000 * 0.3 + 500 * 0.7	2.750
PRENSA	9.000 * 0.8 + 2.500 * 0.2	2.500	9.000 * 0.3 + 2.500 * 0.7	4.450

Conclusión: Siendo optimistas ($\alpha = 80\%$) se debería trabajar con la radio. Pero en el caso de una actitud pesimista ($\alpha = 30\%$), se debería optar por la prensa para realizar la campaña publicitaria.

6.4 Savage (Modelo del Arrepentimiento o Costo de Oportunidad).

Normalmente cuando un decisor se inclina por una opción y no se encuentra del todo seguro, le llega un sentimiento de intranquilidad (arrepentimiento) por no haber elegido alguna de las otras opciones, el criterio de Savage busca minimizar el arrepentimiento y propone armar una nueva tabla, que se denomina de arrepentimiento o de pérdidas, de donde se elegirá la opción que menores pérdidas le pueda traer al decisor de entre las máximas que podrían ocurrir (MiniMax).

Para armar la tabla, se elige de la matriz de pagos, la mejor opción de cada columna, es decir en el caso de utilidades, se elegirá el valor más alto y se lo resta de toda la columna y en el caso de costos se elegirá el valor más bajo y se resta la columna de este valor. De esta manera se genera una nueva tabla de pérdidas en donde se aplica el criterio MiniMax para elegir la mejor alternativa.

Ejemplo 6:

Retomando nuevamente el ejercicio de los medios, la matriz de pérdidas se calcula de la siguiente manera:

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	DEMANDA ALTA	DEMANDA MEDIA	DEMANDA BAJA
RADIO	10.000	4.000	2.000
TV	8.000	2.000	500
PRENSA	9.000	3.500	2.500
Valor más alto	10.000	4.000	2.500

Restando cada valor de la columna que le corresponde:

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	DEMANDA ALTA	DEMANDA MEDIA	DEMANDA BAJA
RADIO	0	0	500
TV	2.000	2.000	2.000
PRENSA	1.000	500	0

Aplicando el criterio MiniMax:

ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	MiniMax
RADIO	500
TV	2.000
PRENSA	1.000

Conclusión: La alternativa que menor arrepentimiento nos traería así como las menores pérdidas es la radio.

7. PLANTEAMIENTO Y SOLUCION DE UN CASO.

Unos inversionistas están analizando la posibilidad de invertir en pozos petroleros y de acuerdo a las maquinarias podrían perforar pozos de tamaño grande, mediano y pequeño. Por otro lado, por estudios de mercado realizados, se ha establecido que la demanda podría darse de la siguiente manera:

Demanda	Cantidad entradas	Probabilidad
Demanda 1	8.000	10%
Demanda 2	6.000	40%
Demanda 3	4.000	30%
Demanda 4	2.500	20%

En la tabla siguiente se presenta toda la información sobre costos de acuerdo al tamaño del pozo.

Alternativas	Pozo	Pozo	Pozo
--------------	------	------	------

	Grande	Mediano	Pequeño
Capacidad en Barriles	8.000	5.000	3.000
Costo de Explotación (\$us/barril)	40	45	50
Costo Fijo (\$us)	120.000	60.000	30.000
Precio por barril (\$us/barril)	85	85	85

Resolución:

Asumiendo que la explotación de los barriles se hará de manera posterior al pedido de los clientes, a continuación se presentan algunos cálculos del armado de la matriz de pagos.

Para la casilla (1,1) Pozo grande donde se explotan y venden 8.000 barriles

$$I(1,1) = 8.000 * 85 = 680.000$$

$$C(1,1) = 120.000 + 8.000 * 40 = 440.000$$

$$U(1,1) = 680.000 - 440.000 = 240.000$$

Para la casilla (2,2) Pozo Mediano donde se explotan y venden máximo 5.000 barriles a pesar de que la demanda es de 6.000

$$I(2,2) = 5.000 * 85 = 425.000$$

$$C(2,2) = 60.000 + 5.000 * 45 = 285.000$$

$$U(2,2) = 425.000 - 285.000 = 140.000$$

Para la casilla (3,4) Pozo Pequeño donde se explotan y venden 2.500 barriles, se tiene una capacidad ociosa de 500 barriles que no fueron explotados

$$I(3,4) = 2.500 * 85 = 212.500$$

$$C(3,4) = 30.000 + 2.500 * 50 = 155.000$$

$$U(3,4) = 212.500 - 155.00 = 57.500$$

La matriz de pagos final queda de la siguiente manera:

Alternat/Demanda	8.000	6.000	4.000	2.500	Valor
	10%	40%	30%	20%	Esperado
P. Grande: 8.000	240.000	150.000	60.000	-7.500	100.500
P. Mediano: 5.000	140.000	140.000	100.000	40.000	108.000
P. Pequeño: 3.000	75.000	75.000	75.000	57.500	71.500

Conclusión: Tomando el criterio del Valor Esperado, la alternativa más conveniente es perforar un Pozo Mediano con capacidad para 5.000 barriles

Asumiendo que no se conocen las probabilidades de ocurrencia de las posibles demandas, utilizamos los modelos en condiciones de incertidumbre:

Alternat/Dda.	Maxi-Max	Maxi-Min	Laplace	Hurwicz $\alpha = 0.6$
P. Grande: 8.000	240.000	-7.500	110.625	141.000
P. Media.: 5.000	140.000	40.000	105.000	100.000
P. Pequeño: 3.000	75.000	57.500	70.625	68.000

Para el criterio de Savage, se crea la matriz de pérdidas:

Alternat/Dda.	8.000	6.000	4.000	2.500	Mini-Max
P. Grande: 8.000	0	0	40.000	65.000	65.000
P. Media.: 5.000	100.000	10.000	0	17.500	100.000
P. Pequeño: 3.000	165.000	75.000	25.000	0	165.000

Conclusión:

- Con el criterio optimista del MaxiMax, se debería perforar un Pozo Grande de 8.000 barriles.
- Con el criterio pesimista del MaxiMin, se debería perforar un Pozo Pequeño de 3.000 barriles.
- Con los criterios de Laplace, Hurwicz ($\alpha=60\%$) y Savage se debería perforar un Pozo Grande de 8.000 barriles.

Si tomamos en cuenta todos los criterios en condiciones de incertidumbre, en la mayoría de los casos la opción más conveniente resulta ser perforar un Pozo Grande.

BIBLIOGRAFÍA.

TERRAZAS, Rafael (2005) Programación dinámica y modelos estocásticos. Cochabamba, Etreus Editores.

GALLAGHER, Charles y WATSON, Hugh (1995) Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración. México: Mc Graw Hill.

Artículos de Internet

www.cema.edu.ar/~alebus/optim/TEODEC.PPT

www.auladeeconomia.com/decision.ppt

www.eco.ub.es/~escard/EMPRESA6.pdf