
Modelo de priorización de proyectos de inversión pública con enfoque multicriterio: caso SEMAPA

Priority model for investment projects with public multicriteria: study case: SEMAPA

Verónica Silvia Salas Villegas*

vero.sv@gmail.com

Resumen

El presente trabajo fue elaborado en respuesta a la necesidad del Servicio Municipal de Agua Potable y Alcantarillado de Cochabamba (SEMAPA) de contar con una herramienta que le permitan realizar una adecuada priorización de los proyectos componentes de la cartera de inversiones, los mismos que son programados en el Programa Operativo Anual y Presupuesto de cada gestión para su respectiva ejecución.

Cada gestión SEMAPA atraviesa por el problema de la baja ejecución de inversiones, situación que puede deberse a muchos motivos como es el no analizar a un determinado proyecto desde diferentes puntos de vista pudiendo este contexto inducir en errores de apreciación o de importancia que derivan al final en la no ejecución de un determinado proyecto.

En este sentido, se propone la aplicación de un modelo de priorización de proyectos de inversión pública con enfoque multicriterio, como una alternativa de solución a este problema, que sirva de apoyo para una adecuada toma de decisiones pudiendo coadyuvar de esta manera al incremento del porcentaje de ejecución de inversiones, a través de decisiones adecuadas que beneficien a todos los sectores involucrados, que en este caso son la población en general y SEMAPA.

Palabras clave: Proyectos, Inversión Pública, Enfoque Multicriterio.

Abstract

This paper was prepared for Municipal Water Service and Sewer Cochabamba (SEMAPA) needs to have a tool that will permit a proper prioritization of projects, which are scheduled in the Annual Operating Program and Budget every year for its implementation.

Each year SEMAPA overpass the problem of the low investment performance, a situation that may be due to many reasons such as not to analyze a project from different points of view. This context may also induce errors of assessment or importance that end in the non-implementation of a project.

So, we propose the application of a model that prioritizes public investment projects with multicriteria approach as an alternative solution to this problem, and as a support for proper decision-making in order to contribute to the increase of the percentage investment performance through right decisions that benefit all stakeholders, which in this case are the population and SEMAPA.

Keywords: Project, Public Investment, Multi-criteria Approach

* Verónica Silvia Salas Villegas. Magíster en Gestión Empresarial, Universidad Católica Boliviana. Diplomado en Evaluación, Formulación y Gerencia de Proyectos, Universidad Católica Boliviana. Diplomado en Gestión Empresarial y Competitividad, Universidad Católica Boliviana. Licenciada en Ingeniería Industrial, Universidad Católica Boliviana. Asistente de Planificación - Gerencia de Planificación y Proyectos SEMAPA.

Introducción

En la actualidad, SEMAPA tiene la responsabilidad en la prestación del servicio de agua potable y alcantarillado sanitario, así como de la ampliación de redes de agua potable y alcantarillado sanitario a la población dentro del área de concesión de SEMAPA en la provincia Cercado del departamento de Cochabamba.

Sin embargo, desde varias gestiones atrás, la situación por la que viene atravesando la empresa, debido a la escasez de recursos económicos y sobretodo de recursos hídricos, no ha permitido a SEMAPA contar con los medios necesarios ni posibilidades de poder ejecutar todos los proyectos que realmente se necesitaría, al requerir gran parte de ellos inversiones monetarias bastante significativas.

Por este motivo, SEMAPA requiere optimizar los escasos recursos económicos con los que cuenta y priorizarlos en las inversiones de mayor rentabilidad y necesidad social, sin sobrepasar un límite presupuestario establecido para este efecto, a fin de que puedan ser sostenibles para la empresa. Es decir, debe buscar el equilibrio económico financiero versus las demandas sociales que exigen respuestas a corto plazo a la necesidad de contar con servicios básicos fundamentales en las zonas que actualmente carecen de los mismos.

Para realizar esta priorización se considera principalmente al techo presupuestario, como la limitante para esta actividad, sin prestar la debida importancia a otros criterios propios de un proyecto de inversión que permitirían, dentro de estos límites establecidos, realizar una mejor selección y sobretodo priorización de los proyectos.

Considerando que SEMAPA es una empresa prestadora de servicios básicos indispensables como los son el agua potable y alcantarillado sanitario, debe priorizar sus proyectos de la manera más óptima y efectiva posible, sustentando el análisis realizado para que posteriormente puedan ser incorporados y programados en los documentos correspondientes.

1.1 Formulación del problema

Existe la necesidad por parte de SEMAPA de contar con una herramienta de apoyo a la toma de decisiones que permita priorizar, de la manera más efectiva y óptima, los proyectos de mayor importancia y envergadura de la cartera de inversiones de SEMAPA, en base a criterios múltiples,

específicamente definidos y establecidos para proyectos de agua potable y saneamiento básico.

1.2 Hipótesis

La aplicación de un modelo multicriterio permitirá dentro de un entorno dado, es decir en un mismo espacio de decisión, realizar una adecuada priorización de los proyectos componentes de la cartera de inversiones de SEMAPA, tomando en cuenta que existe la posibilidad de evaluar a dichos proyectos desde diversos puntos de vista, de esta manera, se podrá contar con la mejor decisión a través del resultado del ordenamiento de la cartera de proyectos que conllevará a la satisfacción de las necesidades primordiales de la población.

1.3 Objetivo

Elaborar un modelo para la priorización de los proyectos de la cartera de inversión de SEMAPA que serán ejecutados en una determinada gestión, en base a criterios específicamente determinados y expuestos en un modelo multicriterio que sirva como herramienta de apoyo a la toma de decisiones para SEMAPA, especialmente al nivel ejecutivo y de mandos medios.

1.4 Justificación

El proponer un modelo de priorización de proyectos facilitará en la toma de decisiones respecto a qué proyectos programar para cada gestión y sobre todo, evitar que algunos de ellos queden relegados por varias gestiones, al no ser ejecutados a pesar de su importancia.

Los criterios que serán definidos en este modelo, permitirán priorizar los proyectos de mayor importancia desde diferentes puntos de vista, toda vez que las necesidades básicas como son el servicio de agua potable y el servicio de alcantarillado sanitario, deben estar disponibles en cantidad y calidad adecuada, por lo que deben ser ejecutados oportunamente.

El contar con un modelo apropiado para la priorización de proyectos, permitirá a la empresa, organizar y realizar acciones necesarias a fin de ejecutar aquellos proyectos establecidos como los de mayor importancia, y orientar su atención y esfuerzos en un grupo determinado y estratégicamente seleccionado de proyectos, evitando de esta manera la dispersión de esfuerzos

en proyectos de menor grado de importancia y que pudieran ser postergados para gestiones posteriores sin mayores contratiempos.

MARCO TEÓRICO

1.5 Priorización de proyectos

La priorización de proyectos en empresas de servicios de saneamiento básico, adquiere creciente importancia puesto que es fundamental para tomar una adecuada y fundamentada decisión sobre las alternativas de mayor beneficio para la sociedad en su conjunto (RAMÍREZ 2007).

La importancia de este proceso, radica principalmente en la existencia de escasos recursos económicos para ejecutar los proyectos que una empresa estaría dispuesta a llevar adelante y permite seleccionar aquellos que sean más beneficiosos para la población. En resumen, ayuda a discriminar entre los proyectos que componen una determinada cartera, y poder asignar de manera más adecuada y eficiente los recursos disponibles.

1.6 Evaluación multicriterio

La teoría de evaluación multicriterio comprende un conjunto de teorías, modelos y herramientas de apoyo a la toma de decisiones, aplicable no sólo al análisis de inversiones sino a una amplia gama de problemas en la gestión tanto privada como pública (ARANCIBIA s/f: 6).

Muchos autores coinciden en que un problema de decisión multicriterio, se da cuando existen al menos dos criterios en conflicto y dos alternativas de solución. Dichas alternativas deben ser evaluadas, si la evaluación se caracterizan por tener múltiples criterios en conflicto se suscita un problema multicriterio (GARZA 2002, TOSKANO 2000).

1.7 Métodos de Evaluación y Decisión Multicriterio

Los métodos multicriterio son especialmente utilizados para tomar decisiones frente a problemas compuestos por aspectos intangibles de evaluar (TOSKANO 2000:4). Estos métodos no consideran la posibilidad de encontrar una solución óptima a un problema, sino que en función de las preferencias y de objetivos predefinidos, el problema central de los métodos multicriterio consiste en (ÁVILA 2000:3).

- Seleccionar las mejores alternativas
- Aceptar alternativas que parecen “buenas” y rechazar aquellas que parecen “malas”
- Generar una ranking de las alternativas (de la “mejor” a la “peor”).

Tabla 1: Métodos de Evaluación y Decisión Multicriterio

		TIPO DE DECISIÓN	
		MULTIOBJETIVO	MULTICRITERIO DISCRETA
NÚMERO DE ALTERNATIVAS	FINITAS		Ponderación Lineal (scoring) Utilidad multiatributo (MAUT) Relaciones de superación Proceso Analítico Jerárquico (AHP)
	INFINITAS	Programación lineal o entera Análisis de componentes principales (ACP) Método de las ponderaciones NISE (Noninferor set estimation) Simplex multicriterio	

Fuente: Elaboración propia en base a PUJOL et al. 2002

Un criterio clasificador en la Decisión Multicriterio, tal como puede observarse en la Tabla 1, corresponde al número de las alternativas a tener en cuenta en la decisión, que puede ser finito o infinito. Dependiendo de esta situación existen diferentes métodos, cuando las funciones objetivo toman un número infinito de valores distintos que conducen a un número infinito de alternativas posibles del problema, se llama Decisión Multiobjetivo, mientras que aquellos problemas en los que las alternativas de decisión son finitas se denominan problemas de Decisión Multicriterio Discreta.

1.8 Proceso de Decisión Multicriterio Discreta

Los problemas de Decisión Multicriterio Discreta son los más comunes en la realidad y se utilizan para realizar una evaluación y decisión respecto de problemas que, por naturaleza, admiten un número finito de alternativas de solución, y se efectúa a través de (ÁVILA 2000:4):

- Un conjunto de alternativas estable, generalmente finito.
- Una familia de criterios de evaluación que permiten evaluar las alternativas.

- Una matriz de decisión que resume la evaluación de cada alternativa.
- Una metodología o modelo de agregación de preferencias en una síntesis global.
- Un proceso de toma de decisiones (MARTÍNEZ 1997:3).

Dentro de los principales métodos de evaluación y decisión multicriterio discretos se tienen los mostrados en la Tabla 1, sin embargo, se detallará sólo el modelo seleccionado a ser aplicado:

a. Proceso Analítico Jerárquico AHP (Analytic Hierarchy Process)

El Proceso Analítico Jerárquico (AHP) fue propuesto por el Doctor en Ciencias Matemáticas Thomas L. Saaty, a fines de la década de los ochenta, siendo actualmente un clásico en el mundo de la empresa donde se aplica en casi todos los ámbitos donde es necesario tomar una decisión de cierta complejidad (AZNAR 2005:46-49).

El AHP es una herramienta de soporte en los procesos de toma de decisiones de tipo multicriterio discreto, permite organizar la información de un problema complejo de forma gráfica y eficiente, de modo tal que se pueda descomponer y analizar por partes. Este método es bastante intuitivo en su aplicación, difícilmente manipulable (MAURTUA 2006:2-3, FLAMENT 1999, ÁVILA 2000).

El fundamento del proceso descansa en el hecho que permite dar valores numéricos a los juicios dados por los decisores, logrando medir cómo contribuye cada elemento de la jerarquía al nivel inmediatamente superior del cual se desprende, llegando a obtener una noción del ordenamiento de las alternativas (MAURTUA 2006:3-4).

Para realizar las comparaciones entre los criterios y subcriterios, se utilizan escalas de razón en términos de preferencia, importancia o probabilidad, sobre la base de una escala numérica propuesta por Thomas Saaty, la misma que se muestra a continuación:

Tabla 2: Escala fundamental para comparaciones a pares

INTENSIDAD	DEFINICIÓN	EXPLICACIÓN
1	Igual	Dos actividades contribuyen de igual forma al cumplimiento del objetivo
3	Moderada	La experiencia y el juicio favorecen levemente a una actividad sobre la otra
5	Fuerte	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente una actividad sobre la otra
7	Muy fuerte o demostrada	Una actividad es mucho más favorecida que la otra; su predominación se demostró en la práctica
9	Extrema	La evidencia que favorece una actividad sobre la otra, es absoluta y totalmente clara
2, 4, 6, 8	Para transar entre los valores anteriores	Cuando se necesita un compromiso de las partes entre valores adyacentes
Recíprocos	Si la actividad i se le ha asignado uno de los números distintos de cero mencionados cuando se compara con la actividad j, entonces j tiene el valor recíproco cuando se la compara con i ($a_{ji}=1/a_{ij}$)	Hipótesis del método

Fuente: ARANCIBIA s/f:16

Los valores de la escala de Saaty son utilizados para comparar dos elementos a y b, respecto de un criterio C inmediatamente superior.

Pasos para el desarrollo del Proceso Analítico Jerárquico (AHP)

Los pasos para desarrollar una priorización de proyectos a través del método AHP, son los siguientes (ÁVILA 2000:7):

- Definición de los participantes.
- Estructurar un modelo jerárquico
- Priorizar de los elementos del modelo jerárquico.
- Realizar comparaciones binarias entre los criterios.
- Evaluar las alternativas mediante asignación de “pesos”.
- Ranking de las alternativas de acuerdo con los pesos dados.
- Síntesis

- Análisis de Sensibilidad.

El AHP es una herramienta metodológica que ha sido aplicada en varios países para incorporar las preferencias de actores involucrados en un conflicto y/o proceso participativo de toma de decisión (ÁVILA 2000:7).

- *Determinación del Autovector y Autovalor*

El vector propio o autovector, permite determinar el ranking de prioridades de las alternativas evaluadas y el valor propio o autovalor corresponde a la medida de la consistencia de los juicios emitidos respecto a la matriz de comparaciones pareadas.

Para la determinación del Autovector o valor propio, se procede a determinar la potencia al cuadrado de una matriz A de orden definido, posteriormente, se normalizan las sumatorias de la filas de cada componente de la matriz y se obtiene de esta manera el valor del Autovector.

Para la determinación del Autovalor o Valor propio, despejamos de la siguiente ecuación el término $\lambda_{\max}$ que corresponde al Autovalor (MAURTUA 2006:10):

$$A \cdot x = \lambda_{\max} \cdot x \quad (\text{Ec. 1.3})$$

Donde,

A, matriz recíproca de comparaciones a pares

X, vector propio

$\lambda_{\max}$, máximo valor propio

- *Principios de AHP*

El método AHP, fundado sobre una base teórica simple pero sólida, propone una manera de ordenar el pensamiento analítico, de la cual destacan tres principios (ARANCIBIA s/f:13-15):

- Principio 1. Construcción de las jerarquías.
- Principio 2. Establecimiento de prioridades: se realiza en función de comparaciones de a pares respecto a un criterio dado. La comparación pareada está basada en la intuición, datos o análisis previos y experiencias.

- Principio 3. Consistencia lógica: relacionada con el grado de dispersión de los juicios del actor, los juicios consistentes imponen dos propiedades:
 - Transitividad de las preferencias: si C_1 es mejor que C_2 , y C_2 es mejor que C_3 entonces se espera que C_1 sea mejor que C_3 .
 - Proporcionalidad de las preferencias: si C_1 es 3 veces mejor que C_2 y C_2 es 2 veces mejor que C_3 entonces se espera que C_1 sea 6 veces mejor que C_3 .

Debe evitarse que la decisión se base en juicios de consistencia tan baja que parezcan aleatorios; sin embargo, es difícil vivir de acuerdo a una perfecta consistencia. El AHP mide la inconsistencia global de los juicios mediante la proporción de consistencia, cuyo valor no debe superar el 10%. Esto dependerá del tamaño de la matriz de comparación a pares. El índice de consistencia se da por la fórmula:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (\text{Ec. 1.4})$$

Donde,

n , es el tamaño de la matriz

CI , corresponde al Índice de Consistencia

$\lambda_{\max}$, máximo valor propio

Finalmente, la razón de consistencia CR (Consistency Ratio), la misma que está definida de manera tal que los valores que superen al 10% representan inconsistencia en la emisión de los juicios y debe reevaluarse los mismos hasta obtener coherencia y consistencia. El cálculo se realiza en base a los valores mostrados en la Tabla 3:

Tabla 3: Índices de consistencia aleatorios

Nº DE ELEMENTOS QUE SE COMPARAN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ÍNDICE ALEATORIO DE CONSISTENCIA (IA)	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51

Fuente: AZNAR 2005

Con estos valores se procede a la determinación de la razón de consistencia CR, por medio del cociente entre el índice de consistencia de A y el índice de consistencia aleatorio, tal como se muestra a continuación (MAURTUA 2006:10, MÁRQUEZ 1999:26, ÁVILA 2000:10):

$$CR = \frac{CI}{IA} \quad (\text{Ec. 1.5})$$

$CR \leq 0.10$ à Consistencia razonable

$CR > 0.10$ à Inconsistencia

MARCO PRÁCTICO

1.9 Metodología seleccionada

Por la naturaleza de los proyectos y considerando la diversidad de criterios que deben ser analizados en cada uno de ellos, resulta necesario aplicar un modelo de evaluación complejo y mixto (multicriterio), porque la variables influyentes no siempre pueden ser cuantificadas, sino que en la mayor parte de los casos son subjetivas y cualitativas, pero de gran importancia al momento de tomar una decisión, pues hacen referencia al objeto de estudio (CONTRERAS et al. 2007:3). La metodología seleccionada se resume en la Tabla a continuación:

Tabla 4: Resumen de los criterios empleados para la selección del modelo

CRITERIOS	DETALLE	TIPO DE MODELO
N° DE CRITERIOS A EVALUAR	5 (Medio ambiental, Económico-Social, Financiero, Técnico y Comercial)	COMPLEJO
TIPO DE VARIABLES	Cualitativa y Cuantitativa	MIXTO
N° ALTERNATIVAS	Finitas (generalmente reducido)	MULTICRITERIO DISCRET A
N° OBJETIVOS	Priorización de proyectos de la cartera de inversiones de SEMAPA.	
CANTIDAD DE INFORMACIÓN DISPONIBLE	Nivel medio de información disponible en SEMAPA	AHP

Fuente: Elaboración propia

DESARROLLO DE LA ESTRUCTURA JERÁRQUICA

Una de las partes más relevantes del AHP, consiste en la estructuración de la jerarquía del problema, a está conformada objetivo general, criterios y alternativas.

1.9.1 Paso 1. Definición del Objetivo

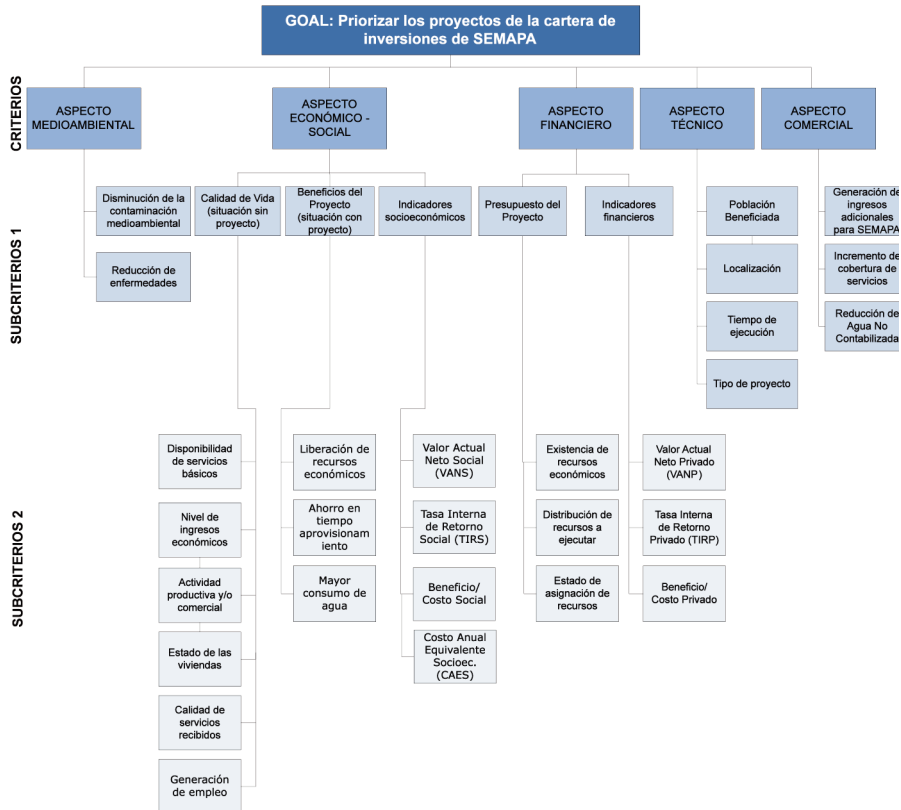
Se define el objetivo bajo el siguiente postulado:

“Priorización de proyectos de agua potable y alcantarillado sanitario de la cartera de inversiones de SEMAPA para la gestión 2011”.

1.9.2 Paso 2. Identificación de criterios

Los criterios son las dimensiones relevantes que afectan significativamente a los objetivos y expresan las preferencias de los implicados en la toma de decisión, se deben incluir aspectos cuantitativos y cualitativos.

Figura 1. Árbol de jerarquías



Fuente: Elaboración propia

En este caso, para la priorización de proyectos se identificaron 5 criterios principales, los mismos que se detallan a continuación:

a. Aspecto Medio Ambiental

Se relaciona con el grado de impacto y los efectos que la ejecución de un proyecto genera sobre el ambiente, la salud y otros aspectos inherentes a esta temática. Este aspecto será medido a través de la reducción de enfermedades de origen hídrico contraídas por la utilización y consumo de agua de mala calidad o por la carencia de la misma; y por la disminución de la contaminación del medio ambiente en general.

b. Aspecto Económico – Social

En este aspecto se pretende medir el impacto y/o contribución que la ejecución de un proyecto podría generar sobre el bienestar de la sociedad. Es decir permite cuantificar y valorar todos los beneficios reales que se producen sobre la sociedad directa o indirectamente beneficiada.

c. Aspecto Financiero

Se relaciona directamente con la capacidad y grado de respuesta de la empresa ante requerimientos de recursos financieros necesarios para ejecutar proyectos de inversión. De igual manera, permite determinar la rentabilidad financiera de cada proyecto evaluado a través de indicadores, sin considerar si la fuente de financiamiento es propia o de terceros.

d. Aspecto Técnico

Se relaciona con aquellos aspectos de importancia desde el punto de vista técnico necesarios de considerar al momento de realizar el diseño ingenieril, estos aspectos son los que apoyan a la toma de decisiones respecto a la importancia de decidir por un proyecto sobre otro alternativo de la cartera de inversiones de SEMAPA.

e. Aspecto Comercial

Se relaciona con aquellos aspectos característicos de un proyecto que contribuyen a la mejora de la gestión comercial de la empresa, aspecto que va directamente relacionado con la imagen institucional de SEMAPA.

1.9.3 Definición de niveles de intensidad de los componentes del modelo jerárquico

Se deben definir niveles de intensidad para cada uno de los criterios y/o subcriterios del modelo jerárquico, que tengan directa relación con la evaluación que se vaya a desarrollar a los proyectos de la cartera de inversiones de SEMAPA. Estas intensidades permiten facilitar y adecuar la emisión de los juicios a un valor numérico predeterminado en la Escala propuesta por Saaty para el análisis AHP, de esta manera y una vez que todos los juicios se encuentren medidos bajo una misma escala, la síntesis será más rápida, entendible y fácil de interpretar para el resultado final de la priorización de proyectos.

1.10 Aplicación del modelo de priorización de proyectos de inversión para SEMAPA

1.10.1 Comparaciones binarias entre criterios

En base a la escala propuesta por Saaty, se procede a realizar comparaciones binarias, a través de una matriz criterio vs. criterio respecto al objetivo y subcriterio vs. subcriterio respecto a un criterio superior, asignándoles un valor numérico según la importancia de los mismos respecto al objetivo general, de esta manera se obtienen prioridades locales y globales de cada elemento de la jerarquía.

Las comparaciones de a pares se realizaron de la siguiente manera:

- El primer paso consiste en comparar todos los criterios respecto al objetivo del programa (goal); para ello, se construye una matriz con las características de la mostrada en la Figura 2 del tamaño $n \times n$ (filas x columnas), en función a la cantidad de criterios establecidos:.

Figura 2. Matriz A de tamaño nxn para realizar comparaciones de a pares

5 columnas

OBJETIVO (GOAL)	AMA	AES	AF	AT	AC
AMA	1	1/2	3/1	3/1	5/1
AES	2/1	1	5/1	3/1	8/1
AF	1/3	1/5	1	1/1	3/1
AT	1/3	1/3	1/1	1	3/1
AC	1/5	1/8	1/3	1/3	1

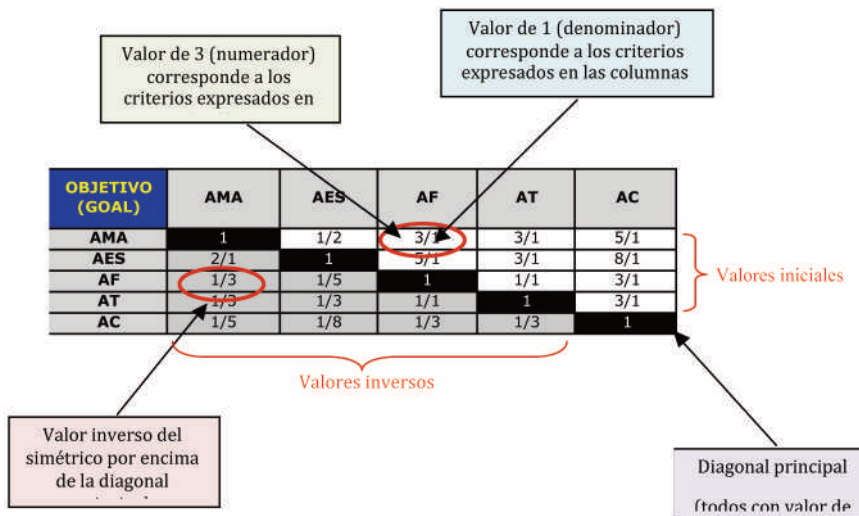
5 filas

Fuente: Elaboración propia

Donde,

AMA: Aspecto Medioambiental; **AES:** Aspecto Económico – Social; **AF:** Aspecto Financiero; **AT:** Aspecto Técnico; **AC:** Aspecto Comercial

- Los elementos de la diagonal principal de la matriz, asumen todos el valor de 1, considerando que cada elemento es igualmente importante consigo mismo.
- Los elementos por debajo de la diagonal principal son la inversa de los elementos simétricos situados por encima de la diagonal principal, es decir, si el criterio medioambiental es tres veces más importante que el criterio financiero respecto del objetivo, entonces el criterio financiero es tres veces menos importante que el criterio medioambiental respecto del objetivo planteado.

Figura 3. Componentes de la matriz de comparaciones

Fuente: Elaboración propia

La descripción de la evaluación y comparación de criterios de la Figura 3, en relación al objetivo, es la siguiente:

- El criterio AES es entre igual o moderadamente más importante que el criterio AMA, respecto del objetivo planteado.
- El criterio AMA, es moderadamente más importante que el criterio AF y que el criterio AT, y es fuertemente más importante que el criterio AC, respecto al objetivo.
- El criterio AES, es fuertemente más importante que el criterio AF, moderadamente más importante que el criterio AT y enormemente más importante que el criterio AC, respecto del objetivo.
- El criterio AF es igualmente importante que el criterio AT y moderadamente más importante que el criterio AC, respecto al objetivo.
- El criterio AT es moderadamente más importante que el criterio AC, respecto al objetivo.
- Los valores restantes son inversos a los valores simétricos por encima de la diagonal principal.

De la misma manera, se complementa cada una de las matrices de comparación de los subcriterios señalados en el modelo jerárquico.

1.10.2 Determinación del autovector y autovalor

Para determinar el autovector y autovalor de una matriz, se procede de la siguiente manera:

Determinación del Autovector “Eigen vector” x , de la matriz de comparaciones:

Inicialmente, se procede a determinar la potencia al cuadrado de la matriz A mostrada en la Figura 2.

Posteriormente, se realiza la suma de cada fila de la matriz y se normaliza para encontrar el valor de E_0 (primer autovector). Para normalizar se divide cada valor de las filas entre la sumatoria de las mismas, de acuerdo a lo mostrado en la Tabla 5:

Tabla 5: Matriz de comparación de criterios A elevada a la potencia cuadra

MATRIZ $A^2 = A \times A$:

OBJETIVO	AMA	AES	AF	AT	AC	Σ FILA	VALOR NORM.
AMA	5.000	3.225	13.167	12.167	32.000	65.558	0.281
AES	8.267	5.000	21.667	19.667	50.000	104.600	0.448
AF	2.000	1.275	5.000	4.600	12.267	25.142	0.108
AT	2.267	1.408	5.667	5.000	13.333	27.675	0.118
AC	0.872	0.528	2.225	1.975	5.000	10.600	0.045
SUMATORIA						233.575	1.000

E_0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6: Determinación del Autovector mediante normalización

CRITERIOS	Σ FILA	FÓRMULA	VALOR NORMALIZADO (E_0)
AMA	65.558	$\frac{65.558}{233.575}$	0.281
AES	104.600	$\frac{104.600}{233.575}$	0.448
AF	25.142	$\frac{25.142}{233.575}$	0.108
AT	27.675	$\frac{27.675}{233.575}$	0.118
AC	10.600	$\frac{10.600}{233.575}$	0.045
SUMATORIA	233.575		1.000

Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenidos los valores de la matriz inicial, se procede a realizar la primera iteración; para ello, se repite nuevamente los pasos elevando al cuadrado la matriz A^2 , es decir, esta vez se determina la potencia al cuadrado de la matriz A^2 , tal como se muestra en la Tabla 7 y se procede a normalizar los valores obtenidos, determinando de esta manera el Autovector E_1 , correspondiente a la primera iteración.

Tabla 7: Primera iteración $A^2 \times A^2$

$A^2 \times A^2$

OBJETIVO	AMA	AES	AF	AT	AC	Σ FILA	VALOR NORM.
AMA	133.482	83.061	341.686	308.858	804.983	1,672.071	0.279
AES	214.189	133.371	548.206	495.661	1292.533	2,683.960	0.448
AF	51.666	32.152	132.318	119.635	311.750	647.522	0.108
AT	57.272	35.655	146.692	132.675	345.794	718.088	0.120
AC	22.012	13.709	56.361	50.977	132.927	275.985	0.046
SUMATORIA						5,997.626	1.000

E_1

Fuente: Elaboración propia

Una vez efectuada la primera iteración se procede a comparar los valores del Autovector E_0 y E_1 , a través de la diferencia obtenida entre ellos, se determinará el Autovector final de prioridades; cuando la diferencia entre ellos, sea lo más cercana posible a cero, entonces se detienen las iteraciones, caso contrario se realiza una nueva iteración hasta encontrar que la diferencia entre los Autovectores sea igual o lo más cercana posible a cero.

$$D = E_1 - E_0$$

(Ec. 2.5)

Donde: D es la diferencia de valores entre los Autovectores comparados

Tabla 8: Comparación de Autovectores

CRITERIOS	VALOR NORMALIZADO (E_0)	VALOR NORMALIZADO (E_1)	VALOR NORMALIZADO (E_2)	DIFERENCIA $E_1 - E_0$	DIFERENCIA $E_2 - E_1$
AMA	0.281	0.279	0.279	-0.002	0.000
AES	0.448	0.448	0.448	0.000	0.000
AF	0.108	0.108	0.108	0.000	0.000
AT	0.118	0.120	0.120	0.001	0.000
AC	0.045	0.046	0.046	0.001	0.000

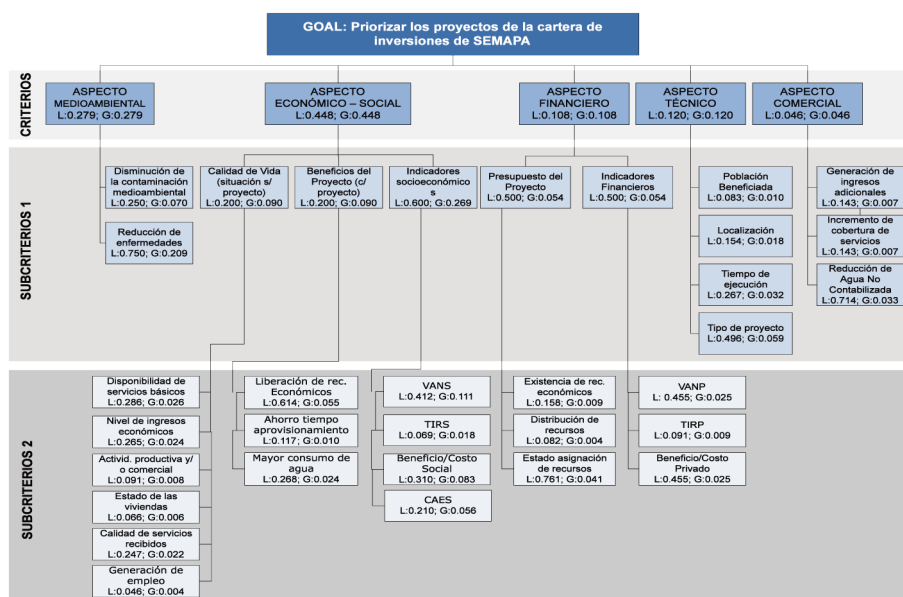
↑
autovector X

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 8, se observa que fue necesaria la realización de una segunda iteración obteniendo el Autovector E_2 . Posteriormente, se determina las diferencias de los valores de los Autovectores; de ello, se obtienen que la diferencia de los valores entre el Autovector E_2 respecto al Autovector E_1 , da exactamente cero, entonces el Autovector final $X = E_2$. y a partir de este momento no se requiere de más iteraciones para el caso presente.

De la misma manera se procedió con las matrices de comparación de todos los subcriterios de cada criterio identificado en el modelo jerárquico, obteniéndose el resumen de la Figura 4:

Figura 4. Ponderaciones de componentes del modelo jerárquico



Fuente: Elaboración propia

Determinación del Autovalor “Eigen value” I, de la matriz de comparaciones A:

Es necesario considerar la Ecuación 1.1 y se procede de la manera siguiente:

Figura 5. Determinación del autovalor de la matriz A

AUTOVECTOR x	$A \cdot x$	$\lambda = \frac{A \cdot x}{x}$	$CI = \frac{(\lambda - 1)}{(n - 1)}$	$CR = \frac{CI}{IA}$
0.279	1.4156	5.0773	0.019	0.017
0.448	2.2721	5.0773	0.019	0.017
0.108	0.5481	5.0773	0.019	0.017
0.120	0.6078	5.0773	0.019	0.017
0.046	0.2336	5.0773	0.019	0.017

Fuente: Elaboración propia

Donde,

A, matriz de comparación de tamaño nxn, para n criterios, en este particular caso 5 criterios.

X, Autovector de tamaño nx1 (5x1).

$\lambda_{\max}$, Autovalor pertenece a los reales y debe ser mayor o igual a n (números de criterios), mientras más próximo sea su valor a n, la matriz de comparación por pares A, será más consistente.

CI, índice de consistencia

CR, razón de consistencia permite medir cuán consistentes son los juicios efectuados.

IA, es el índice de consistencia aleatoria de una matriz de comparaciones pareadas generada en forma aleatoria y depende del número de elementos que se comparan.

El valor de $\lambda_{\max}$ se determina por el promedio de razón entre los valores componentes de la matriz Ax entre x:

$$\lambda_{\max} = \frac{A \cdot x}{x} = \text{Promedio} \left\{ \frac{1.4156}{0.279}, \frac{2.2721}{0.448}, \frac{0.5481}{0.108}, \frac{0.6078}{0.120}, \frac{0.2336}{0.046} \right\} = 5.0773$$

Posteriormente se determina el valor del índice de consistencia:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{5.0773 - 5}{5 - 1} = 0.019$$

Finalmente, se debe calcular la razón de concistencia CR (Consistency Ratio), considerando Tabla 3, tal como se muestra a continuación:

$$CR = \frac{CI}{IA} = \frac{0.019}{1.12} = 0.017 \leq 0.10$$

CR ≤ 0.10 à Consistencia razonable

CR > 0.10 à Inconsistencia

1.10.3 Identificación de las alternativas

Las alternativas identificadas son todos los proyectos de agua potable y saneamiento básico que conforman la cartera de inversiones de la gestión 2011 de SEMAPA.

1.10.4 Comparaciones binarias entre alternativas

De la misma manera como se efectuaron las comparaciones binarias entre criterios y subcriterios, se procedió a comparar todas las alternativas respecto a cada uno de los subcriterios del modelo jerárquico; para ello, se construyeron matrices de orden 6 x 6, en función a la cantidad de alternativas a evaluar:

Tabla 9: Matriz de tamaño 6x6 para evaluar alternativas

Subcriterio DCM	PROYECTO A	PROYECTO B	PROYECTO C	PROYECTO D	PROYECTO E	PROYECTO F
PROYECTO A	1	1/1	1/1	1/7	1/9	1/5
PROYECTO B	1/1	1	1/1	1/7	1/9	1/5
PROYECTO C	1/1	1/1	1	1/7	1/9	1/5
PROYECTO D	7/1	7/1	7/1	1	1/3	3/1
PROYECTO E	9/1	9/1	9/1	3/1	1	7/1
PROYECTO F	5/1	5/1	5/1	1/3	1/7	1

Fuente: Elaboración propia

Donde, **DCM**: Disminución contaminación ambiental dentro del criterio 1: Aspecto Medio ambiental.

La descripción de la evaluación de las alternativas, en relación un subcriterio específico, se realiza de similar manera como la explicada de la Figura 3 y de igual manera, se procede a determinar el autovector y autovalor, obteniendo los resultados de la Tabla 10:

AUTOVECTOR x	$A \cdot x$	$\lambda = \frac{A \cdot x}{x}$	$CI = \frac{(\lambda - 1)}{(n - 1)}$	$CR = \frac{CI}{IA}$
0.036	0.228	6.2728	0.055	0.044
0.036	0.228	6.2728	0.055	0.044
0.036	0.228	6.2728	0.055	0.044
0.252	1.582	6.2728	0.055	0.044
0.506	3.173	6.2728	0.055	0.044
0.133	0.834	6.2728	0.055	0.044

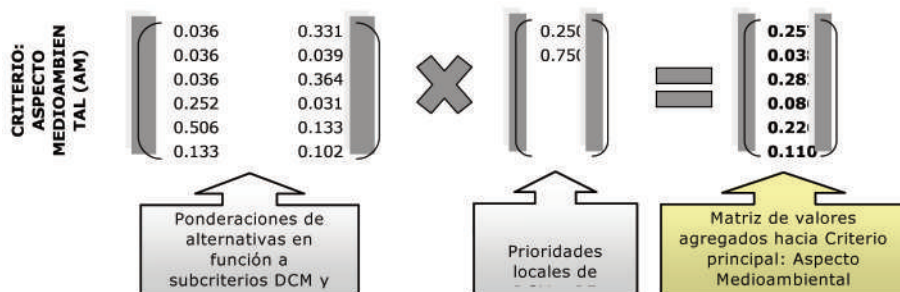
- *Determinación de prioridades locales y globales*

Tabla 11: Prioridades locales y globales obtenidos para cada criterio y subcriterio del modelo jerárquico

Fuente: Elaboración propia

Para la determinación de las prioridades locales, se sigue el siguiente procedimiento:

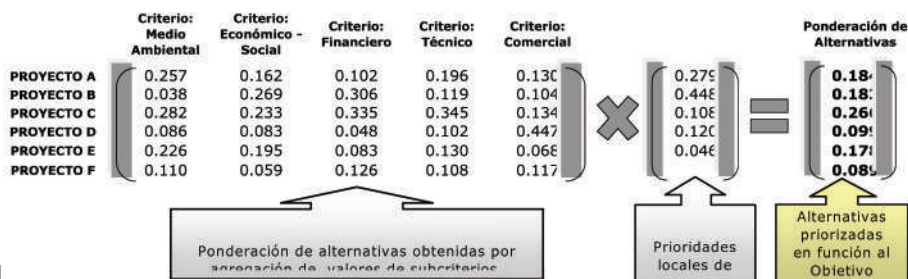
Figura 6. Agregación de subcriterios hacia un criterio



Fuente: Elaboración propia

Posterior a la síntesis de todos y cada uno de los subcriterios en función a su criterio principal, se realiza la ponderación final en función al objetivo del modelo jerárquico, de acuerdo al procedimiento mostrado en la Figura 7:

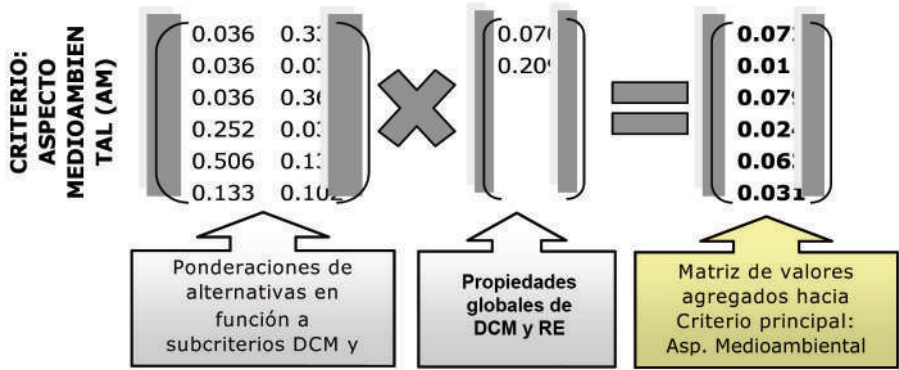
Figura 7. Agregación de criterios hacia el objetivo del modelo jerárquico



Fuente: Elaboración propia

Para la determinación de las prioridades globales, se sigue el siguiente procedimiento:

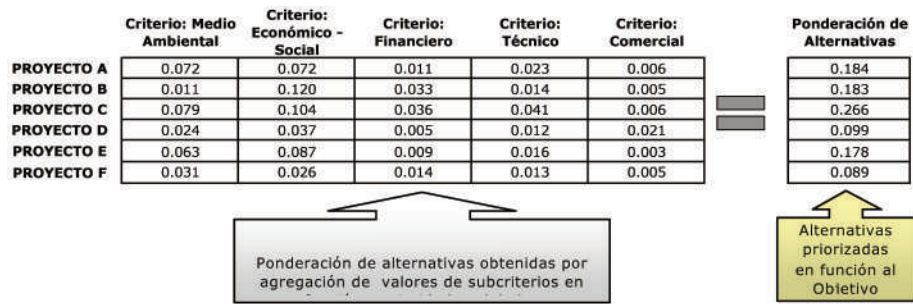
Figura 8. Agregación de subcriterios hacia un criterio



Fuente: Elaboración propia

Posterior a la síntesis de todos y cada uno de los subcriterios en función a su criterio principal con prioridades globales, se realiza la ponderación final en función al objetivo del modelo jerárquico, de acuerdo al procedimiento mostrado en la Figura 9:

Figura 9. Priorización de las alternativas con ponderaciones globales



Fuente: Elaboración propia

1.10.5 Síntesis del modelo

Una vez realizada la totalidad de comparaciones tanto con pesos locales como globales, se obtiene el resultado final que es el ordenamiento de las alternativas:

Tabla 12: Ranking de Alternativas

ORDEN	PROYECTO	PONDERACIÓN LOCAL	PONDERACIÓN GLOBAL
1.	Proyecto C	0.266	0.266
2.	Proyecto A	0.184	0.184
3.	Proyecto B	0.183	0.183
4.	Proyecto E	0.178	0.178
5.	Proyecto D	0.099	0.099
6.	Proyecto F	0.089	0.089

Fuente: Elaboración propia

1.10.6 Análisis de Sensibilidad

Este análisis permite identificar, visualizar y analizar la sensibilidad de los resultados, considerando a aquellos criterios cuyas posibles modificaciones o cambios podrían provocar significativas modificaciones en los resultados de la priorización de proyectos con el modelo AHP. En este caso se analizarán los cuatro escenarios descritos a continuación:

- **Escenario 1:** Atribuyendo mayor importancia al Criterio Medio Ambiental
- **Escenario 2:** Atribuyendo mayor importancia al Criterio Financiero
- **Escenario 3:** Atribuyendo mayor importancia al Criterio Técnico
- **Escenario 4:** Atribuyendo mayor importancia al Criterio Comercial

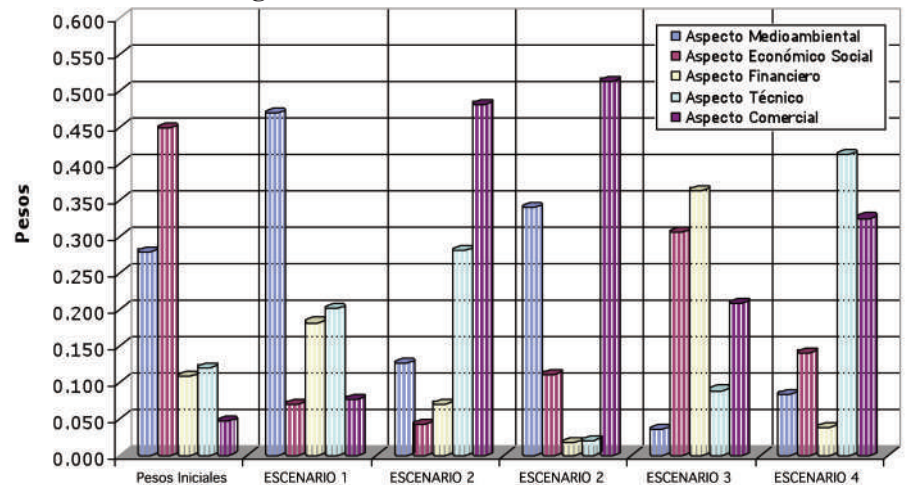
Es importante tomar en cuenta que como esta existe muchas más posibilidades de realizar cambios y/o modificaciones en las ponderaciones de los criterios, que permiten al modelo ser flexible ante cambios que pudieran ocurrir en el entorno social.

Tabla 13: Variaciones en la importancia de los criterios – Análisis de Sensibilidad

DETALLE		PESOS				
		Pesos Iniciales	ESCENARIO 1	ESCENARIO 2	ESCENARIO 3	ESCENARIO 4
CRITERIOS	ASPECTO MEDIO AMBIENTAL	0.279	0.469	0.126	0.339	0.035
	ASPECTO ECONÓMICO SOCIAL	0.448	0.070	0.043	0.111	0.305
	ASPECTO FINANCIERO	0.108	0.182	0.070	0.017	0.363
	ASPECTO TÉCNICO	0.120	0.201	0.280	0.020	0.089
	ASPECTO COMERCIAL	0.046	0.077	0.481	0.513	0.209

Fuente: Elaboración propia

Figura 10. Sensibilización de criterios



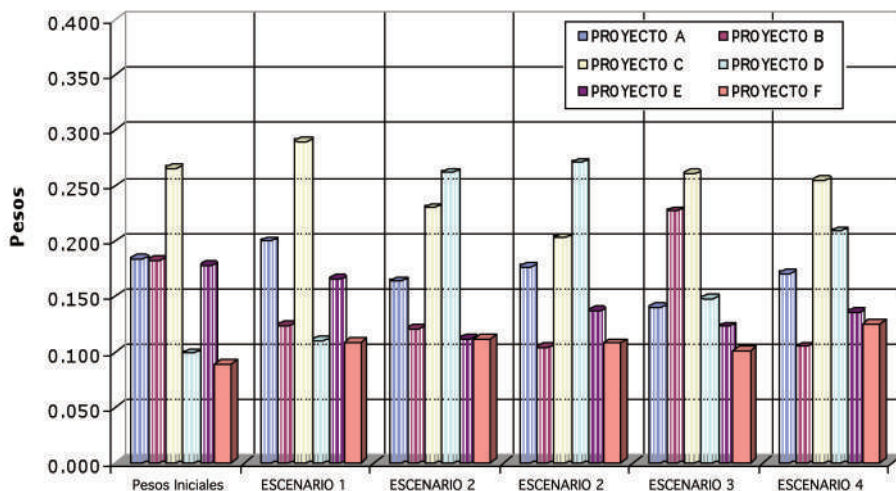
Fuente: Elaboración propia

Tabla 14: Resultados de la evaluación de alternativas con pesos sensibilizados

DETALLE		VALOR DE ORDENAMIENTO				
		Pesos Iniciales	ESCENARIO 1	ESCENARIO 2	ESCENARIO 3	ESCENARIO 4
ALTERNATIVAS	PROYECTO A	0.184	0.200	0.164	0.177	0.140
	PROYECTO B	0.183	0.124	0.121	0.104	0.227
	PROYECTO C	0.266	0.290	0.230	0.203	0.261
	PROYECTO D	0.099	0.110	0.262	0.271	0.148
	PROYECTO E	0.178	0.166	0.112	0.137	0.123
	PROYECTO F	0.089	0.109	0.112	0.108	0.101

Fuente: Elaboración propia

Figura 11. Ranking de alternativas



Fuente: Elaboración propia

Conclusiones y recomendaciones

Concluida la realización del modelo multicriterio de priorización de proyectos, se pueden expresar las siguientes conclusiones:

- El modelo desarrollado en base a la metodología multicriterio “Proceso Analítico Jerárquico” AHP, es una herramienta de gran utilidad para la toma de decisiones, puesto que es de fácil entendimiento y aplicabilidad, además permite contar con un respaldo de las evaluaciones y selecciones realizadas.
- Si bien es cierto que los proyectos pueden contener mas aspectos que los mencionados, la flexibilidad y sencillez del modelo permiten la incorporación de más criterios y mayores alternativas; sin embargo es importante mencionar que cuanto más se vaya incrementando estas variables, el modelo presentará mayores complejidades, lo que en algún momento podría llevar a confusiones.

Considerando lo mencionado, se concluye que el modelo multicriterio aplicado para la priorización de la cartera de proyectos de SEMAPA es factible y por lo tanto la hipótesis formulada y el objetivo se ha cumplido.

De igual manera, resulta de gran importancia emitir algunas recomendaciones:

- La implementación del modelo de priorización de proyectos, considerando que esta herramienta facilitará la toma de decisiones.
- Que los proyectos que componen la cartera de inversiones, se encuentren a diseño final, que cuenten con todos los estudios necesarios para su evaluación.
- Puede ser valorado la participación de los principales involucrados de SEMAPA, a fin de que los juicios que se emitan puedan ser aún más reales y consistentes.

Bibliografía

1. ARANCIBIA, Sara (et. al) (s/f). *Evaluación Multicriterio: aplicación para la formulación de proyectos de infraestructura deportiva*. Chile.
2. ÁVILA MOGOLLÓN, Ruth Maritza (2000). *El AHP (Proceso Jerárquico Analítico) y su aplicación para determinar los usos de las tierras.*, Santiago – Chile.
3. AZNAR BELLVER, Jerónimo (et. al) (2005). *Nuevos Métodos de Valoración – Modelos Multicriterio*. <[www.upv.es/miw/infoweb/vmultic/info/Nuevos metodos devaloracion_Modelos_multicriterio.pdf](http://www.upv.es/miw/infoweb/vmultic/info/Nuevos_metodos_devaloracion_Modelos_multicriterio.pdf)> (10/2010).
4. CONTRERAS, Eduardo (et. al) (2007). *Evaluación Multicriterio para Programas y Proyectos Públicos*. www.dii.uchile.cl/~ceges/publicaciones/92_ceges_EC.pdf (11/2010)
5. FLAMENT, Michel (1999). *Glosario Multicriterio*. <www.unesco.org/uy/red-m/glosariom.htm> (11/2010).
6. GARZA, R., GONZÁLES, C. (2003). *Técnicas multicriteriales para la toma de decisiones empresariales*. Revista Industrial Vol. XXIV N° 2.
7. MÁRQUEZ ROSALES, Heliodoro (1999). *Métodos matemáticos de evaluación de factores de riesgo para el patrimonio arqueológico: Una aplicación del método de jerarquías analíticas de T. Saaty*.
8. MARTÍNEZ, Eduardo (et. al) (1997), *Evaluación y Decisión Multicriterio: Una perspectiva*. Universidad de Santiago. USACH. UNESCO.

9. MAURTUA OLLAGUEZ, Diego (2006). *Aplicación en la selección de personal para la empresa Exotic Foods S.A.C. Tesis de Licenciatura*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima – Perú.
10. PUJOL, Joan (2002). *Un análisis multicriterio del impacto del nuevo marco normativo del agua en los regadíos de la zona regable del bajo ter y del muga (Girona). Tesis Doctoral*. Universidad de Córdoba. Argentina.
11. RAMÍREZ, Andrés Maria (2007). *El proceso de análisis jerárquico con base en funciones de producción para planear la siembra de maíz tempora. Tesis Doctoral*. Montecillo, México [www.eumed.net/tesis/2008/amr/Evaluacion multicriterio.htm](http://www.eumed.net/tesis/2008/amr/Evaluacion_multicriterio.htm) (11/2010).
12. TOSKANO HURTADO, Gérard Bruno (2000). *El Proceso de Análisis Jerárquico como herramienta para la toma de decisiones*. <http://sisbib.unmsm.edu.pe/Bibvirtual/monografias/Basic/toskano_hg> (11/2010).